

類 科：專利師

科 目：微積分、普通物理與普通化學

考試時間：2 小時

座號：\_\_\_\_\_

※注意：(一)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(二)可以使用電子計算器，但須詳列解答過程。

一、設  $y = \sqrt{e^x \sqrt{x \sqrt{\cos x}}}$ ，求  $\frac{dy}{dx}$ 。(12 分)

二、計算  $\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^4} \sin^{-1} x \, dx$ 。(12 分)

三、 $D_1$  為拋物線  $y = 2x^2$  和直線  $x = a$ 、 $x = 2$  及  $y = 0$  所圍成的平面區域； $D_2$  為拋物線  $y = 2x^2$  和直線  $y = 0$ 、 $x = a$  所圍成的平面區域，其中  $0 < a < 2$ 。試求：

(一) $D_1$  繞  $x$  軸旋轉一周所圍成的旋轉體的體積  $v_1$ ， $D_2$  繞  $y$  軸旋轉一周所圍成的旋轉體的體積  $v_2$ 。計算  $v_1$  及  $v_2$ 。(8 分)

(二)問當  $a$  為何值時  $v_1 + v_2$  得最大值？求出此最大值？(8 分)

四、(一)某人宣稱發明以下引擎，運作於  $27^\circ\text{C}$  與  $127^\circ\text{C}$  之間，請分別評論之。(8 分)

1. 高溫吸熱 500 J，低溫放熱 300 J，做功 300 J。

2. 高溫吸熱 500 J，低溫放熱 200 J，做功 300 J。

3. 高溫吸熱 500 J，低溫放熱 300 J，做功 200 J。

4. 高溫吸熱 500 J，低溫放熱 400 J，做功 100 J。

(二)接上題，若為卡諾 (Carnot) 引擎，高溫吸熱 500 J，請問做功為何？(7 分)

五、(一)請解釋何謂光學鑑別率 (Resolving power)。(5 分)

(二)地球與月球的距離約為四十萬公里，以地面上直徑 2 m 的光學望遠鏡，請問所能分辨月球表面的最短距離為何？假設光學波長為 550 nm。(10 分)

六、樣品溶液中可能含有下列離子： $\text{NH}_4^+$ 、 $\text{Hg}_2^{2+}$ 、 $\text{Ba}^{2+}$  或  $\text{Mn}^{2+}$ 。當加入  $\text{NaCl}$  或  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  水溶液時，並無沉澱產生。然而將此樣品溶液用  $\text{NaOH}$  溶液處理成鹼性，則有沉澱產生。(一)試問此樣品溶液含有甚麼離子？(3 分)(二)寫出此沉澱反應之平衡反應式。(3 分)

七、在 1 atm 壓力下，已知  $\text{Br}_{2(l)} \rightarrow \text{Br}_{2(g)}$  之  $\Delta H^\circ = 31.0 \text{ kJ mol}^{-1}$ ， $\Delta S^\circ = 93.0 \text{ JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$ 。試問液態溴 ( $\text{Br}_{2(l)}$ ) 之沸點是多少？(4 分)

八、說明電化電池 (galvanic cell) 與電解電池 (electrolytic cell) 之差別。(4 分)

九、依混成軌域觀念寫出此分子中  $\text{CH}_3-\text{CH}_2-\text{CH}=\text{CH}_2$  各原子間之鍵結型態。(12 分)

十、判斷此反應  $\text{O}_{3(g)} + \text{O}_{(g)} \rightarrow 2\text{O}_{2(g)}$   $\Delta H^\circ = -391.9 \text{ kJ}$   $\Delta S^\circ = 10.29 \text{ J/K}$  在  $25^\circ\text{C}$  時，是否為自發反應，說明原因。(4 分)