

類 科：統計

科 目：統計學概要

考試時間：1 小時 30 分

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、一汽車生產工廠將某日生產的309部汽車，依A、B、C、D四種缺點及大、中、小三種車型，分別檢驗並記錄其資料如下表：

車型\缺點	A	B	C	D
大	15	21	45	13
中	26	31	34	5
小	33	17	49	20

在 $\alpha = 0.05$ 下，試以卡方檢定汽車缺點與車型大小是否有關（請詳細寫出 a.虛無與對立假設、b.檢定統計量公式、c.拒絕域、d.檢定值之計算過程、e.檢定結果與結論）？（25分）

二、已知函數 $f_X(x)$ 為

x	0	1	3
$f_X(x)$	$1/3$	$1/2$	$1/6$

試求：（每小題5分，共25分）

(一) 驗證 $f_X(x)$ 為一機率函數。

(二) $P(X \leq 2.5 | X > 1)$ 。

(三) $Var(X)$ 。

(四) $E[(X + 1)^4]$ 。

(五) $Var[(X + 1)^2]$ 。

三、在簡單直線迴歸中，設自變數 X 為廣告費用，應變數 Y 為銷售量，樣本數 $n = 10$ 。已知：

$$\sum_{i=1}^n x_i = 140, \sum_{i=1}^n y_i = 1300, \sum_{i=1}^n x_i y_i = 21040,$$
$$\sum_{i=1}^n x_i^2 = 2528, \sum_{i=1}^n y_i^2 = 184730$$

(一) 用最小平方方法求迴歸直線。（10分）

(二) 求斜率 β_1 之95%信賴區間。（10分）

(三) 求判定係數 R^2 。（5分）

四、為了測定工廠安全訓練的效率，下列資料是12家工廠於安全訓練前之年平均意外事件數（ X ）和安全訓練後之年平均意外事件數（ Y ）：

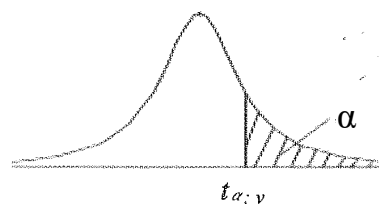
X	50	87	37	141	59	65	24	88	25	36	50	35
Y	41	75	35	129	60	53	26	85	29	31	48	37

假設資料的差異具有常態分配。令 $d=X-Y$ ，請以顯著水準 $\alpha=0.05$ ，進行單尾檢定，以檢定安全訓練的效果（請詳細寫出a.虛無與對立假設、b.檢定統計量公式、c.拒絕域、d.檢定值之計算過程、e.檢定結果與結論）。（25分）

附表一：t值表

Table of the Student's *t*-distribution

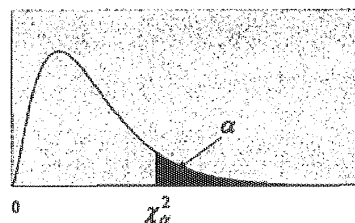
The table gives the values of $t_{\alpha; v}$ where
 $\Pr(T_v > t_{\alpha; v}) = \alpha$, with v degrees of freedom



$\alpha \backslash v$	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
1	3.078	6.314	12.076	31.821	63.657	318.310	636.620
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.326	31.598
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.213	12.924
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	3.819
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.767
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435	3.707
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421	3.690
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408	3.674
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396	3.659
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307	3.551
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232	3.460
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.160	3.373
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291

附表二：卡方分配臨界值表

$$P(\chi^2 > \chi^2_{\alpha}) = \alpha$$



d.f.	$\chi^2_{0.995}$	$\chi^2_{0.975}$	$\chi^2_{0.950}$	$\chi^2_{0.900}$	$\chi^2_{0.100}$	$\chi^2_{0.050}$	$\chi^2_{0.025}$	$\chi^2_{0.010}$
1	0.0000393	0.0009821	0.0039322	0.0157907	2.705541	3.841455	5.023903	6.634891
2	0.0100247	0.0506357	0.1025862	0.2107208	4.605176	5.991476	7.377779	9.210351
3	0.0717235	0.2157949	0.3518460	0.5843755	6.251394	7.814725	9.348404	11.3449
4	0.206984	0.484419	0.710724	1.063624	7.779434	9.487728	11.1433	13.2767
5	0.411751	0.831209	1.145477	1.610309	9.236349	11.0705	12.8325	15.0863
6	0.675733	1.237342	1.635380	2.204130	10.6446	12.5916	14.4494	16.8119
7	0.989251	1.689864	2.167349	2.833105	12.0170	14.0671	16.0128	18.4753
8	1.344403	2.179725	2.732633	3.489537	13.3616	15.5073	17.5345	20.0902
9	1.734911	2.700389	3.325115	4.168156	14.6837	16.9190	19.0228	21.6660
10	2.155845	3.246963	3.940295	4.865178	15.9872	18.3070	20.4832	23.2093
11	2.603202	3.815742	4.574809	5.577788	17.2750	19.6752	21.9200	24.7250
12	3.073785	4.403778	5.226028	6.303796	18.5493	21.0261	23.3367	26.2170
13	3.565042	5.008738	5.891861	7.041500	19.8119	22.3620	24.7356	27.6882
14	4.074659	5.628724	6.570632	7.789538	21.0641	23.6848	26.1189	29.1412
15	4.600874	6.262123	7.260935	8.546753	22.3071	24.9958	27.4884	30.5780
16	5.142164	6.907664	7.961639	9.312235	23.5418	26.2962	28.8453	31.9999
17	5.697274	7.564179	8.671754	10.0852	24.7690	27.5871	30.1910	33.4087
18	6.264766	8.230737	9.390448	10.8649	25.9894	28.8693	31.5264	34.8052
19	6.843923	8.906514	10.1170	11.6509	27.2036	30.1435	32.8523	36.1908
20	7.433811	9.590772	10.8508	12.4426	28.4120	31.4104	34.1696	37.5663
21	8.033602	10.2829	11.5913	13.2396	29.6151	32.6706	35.4789	38.9322
22	8.642681	10.9823	12.3380	14.0415	30.8133	33.9245	36.7807	40.2894
23	9.260383	11.6885	13.0905	14.8480	32.0069	35.1725	38.0756	41.6383
24	9.886199	12.4011	13.8484	15.6587	33.1962	36.4150	39.3641	42.9798
25	10.5196	13.1197	14.6114	16.4734	34.3816	37.6525	40.6465	44.3140
26	11.1602	13.8439	15.3792	17.2919	35.5632	38.8851	41.9231	45.6416
27	11.8077	14.5734	16.1514	18.1139	36.7412	40.1133	43.1945	46.9628
28	12.4613	15.3079	16.9279	18.9392	37.9159	41.3372	44.4608	48.2782
29	13.1211	16.0471	17.7084	19.7677	39.0875	42.5569	45.7223	49.5878
30	13.7867	16.7908	18.4927	20.5992	40.2560	43.7730	46.9792	50.8922
40	20.7066	24.4331	26.5093	29.0505	51.8050	55.7585	59.3417	63.6908
50	27.9908	32.3574	34.7642	37.6886	63.1671	67.5048	71.4202	76.1538
60	35.5344	40.4817	43.1880	46.4589	74.3970	79.0820	83.2977	88.3794
80	51.1719	57.1532	60.3915	64.2778	96.5782	101.879	106.629	112.329
100	67.3275	74.2219	77.9294	82.3581	118.498	124.342	129.561	135.807