

大學入學考試中心

107 學年度學科能力測驗試題

數學考科

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

題型題數：單選題 7 題，多選題 5 題，選填題第 A 至 H 題共 8 題

作答方式：用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案者，其後果由考生自行承擔。

選填題作答說明：選填題的題號是 A，B，C，……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生

必須分別在答案卡上的第 18 列的 $\square^3$ 與第 19 列的 $\square^8$ 畫記，如：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
18	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
19	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而計算得到的答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分

別在答案卡的第 20 列的 $\square^-$ 與第 21 列的 $\square^7$ 畫記，如：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
20	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐
21	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

※試題後附有參考公式及可能用到的數值

第壹部分：選擇題（占 60 分）

一、單選題（占 35 分）

說明：第 1 題至第 7 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 給定相異兩點 A 、 B ，試問空間中能使 $\triangle PAB$ 成一正三角形的所有點 P 所成集合為下列哪一選項？

(1)兩個點 (2)一線段 (3)一直線 (4)一圓 (5)一平面

2. 一份試卷共有 10 題單選題，每題有 5 個選項，其中只有一個選項是正確答案。假設小明以隨機猜答的方式回答此試卷，且各題猜答方式互不影響。試估計小明全部答對的機率最接近下列哪一選項？

(1) 10^{-5} (2) 10^{-6} (3) 10^{-7} (4) 10^{-8} (5) 10^{-9}

3. 某公司規定員工可在一星期（七天）當中選擇兩天休假。若甲、乙兩人隨機選擇休假日且兩人的選擇互不相關，試問一星期當中發生兩人在同一天休假的機率為何？

(1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{8}{21}$ (3) $\frac{3}{7}$ (4) $\frac{10}{21}$ (5) $\frac{11}{21}$

4. 試問有多少個整數 x 滿足 $10^9 < 2^x < 9^{10}$ ？

(1)1個 (2)2個 (3)3個 (4)4個 (5)0個

5. 試問共有幾個角度 θ 滿足 $0^\circ < \theta < 180^\circ$ ，且 $\cos(3\theta - 60^\circ), \cos 3\theta, \cos(3\theta + 60^\circ)$ 依序成一等差數列？

- (1) 1個 (2) 2個 (3) 3個 (4) 4個 (5) 5個

6. 某貨品為避免因成本變動而造成售價波動太過劇烈，當週售價相對於前一週售價的漲跌幅定為當週成本相對於前一週成本的漲跌幅的一半。例如下表中第二週成本上漲 100%，所以第二週售價上漲 50%。依此定價方式以及下表的資訊，試選出正確的選項。

【註：成本漲跌幅 = $\frac{\text{當週成本} - \text{前週成本}}{\text{前週成本}}$ ，售價漲跌幅 = $\frac{\text{當週售價} - \text{前週售價}}{\text{前週售價}}$ 。】

	第一週	第二週	第三週	第四週
成本	50	100	50	90
售價	120	180	x	y

- (1) $120 = x < y < 180$
 (2) $120 < x < y < 180$
 (3) $x < 120 < y < 180$
 (4) $120 = x < 180 < y$
 (5) $120 < x < 180 < y$

7. $\triangle ABC$ 內接於圓心為 O 之單位圓。若 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \sqrt{3}\overrightarrow{OC} = \vec{0}$ ，則 $\angle BAC$ 之度數為何？

- (1) 30° (2) 45° (3) 60° (4) 75° (5) 90°

二、多選題（占 25 分）

說明：第 8 題至第 12 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

8. 某年學科能力測驗小華的成績為：國文 11 級分、英文 12 級分、數學 9 級分、自然 9 級分、社會 12 級分。他考慮申請一些校系，表 1 為大考中心公布的學測各科成績標準；表 2 是他最有興趣的五個校系規定的申請檢定標準，依規定申請者需通過該校系所有檢定標準才會被列入篩選。例如甲校系規定國文成績須達均標、英文須達前標、且社會須達均標；丙校系則規定英文成績須達均標、且數學或自然至少有一科達前標。表 2 空白者表示該校系對該科成績未規定檢定標準。

表 1 學測各科成績標準

	頂標	前標	均標	後標	底標
國文	13	12	10	9	7
英文	14	12	9	6	4
數學	12	10	7	4	3
自然	13	11	9	6	5
社會	13	12	10	8	7

表 2 校系篩選規定

	國文	英文	數學	自然	社會
甲校系	均標	前標			均標
乙校系	前標	均標			前標
丙校系		均標	一科達前標		
丁校系	一科達前標			均標	均標
戊校系	均標	前標	均標	前標	

根據以上資訊，試問小華可以考慮申請哪些校系（會被列入篩選）？

- (1)甲校系 (2)乙校系 (3)丙校系 (4)丁校系 (5)戊校系

9. 已知多項式 $f(x)$ 除以 x^2-1 之餘式為 $2x+1$ 。試選出正確的選項。

- (1) $f(0)=1$
(2) $f(1)=3$
(3) $f(x)$ 可能為一次式
(4) $f(x)$ 可能為 $4x^4+2x^2-3$
(5) $f(x)$ 可能為 $4x^4+2x^3-3$

10. 已知坐標平面上 $\triangle ABC$ ，其中 $\overrightarrow{AB} = (-4, 3)$ ，且 $\overrightarrow{AC} = \left(\frac{2}{5}, \frac{4}{5}\right)$ 。試選出正確的選項。

- (1) $\overline{BC} = 5$
- (2) $\triangle ABC$ 是直角三角形
- (3) $\triangle ABC$ 的面積為 $\frac{11}{5}$
- (4) $\sin B > \sin C$
- (5) $\cos A > \cos B$

11. 坐標空間中，設直線 $L: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z}{-1}$ ，平面 $E_1: 2x - 3y - z = 0$ ，平面 $E_2: x + y - z = 0$ 。

試選出正確的選項。

- (1) 點 $(3, 0, -1)$ 在直線 L 上
- (2) 點 $(1, 2, 3)$ 在平面 E_1 上
- (3) 直線 L 與平面 E_1 垂直
- (4) 直線 L 在平面 E_2 上
- (5) 平面 E_1 與 E_2 交於一直線

12. 試問下列哪些選項中的二次曲線，其焦點（之一）是拋物線 $y^2 = 2x$ 的焦點？

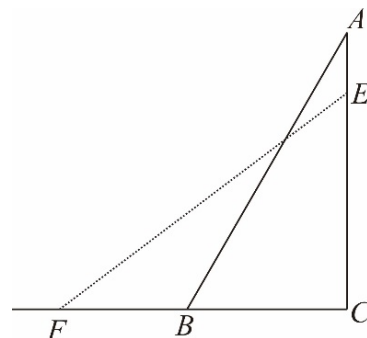
- (1) $y = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$
- (2) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$
- (3) $x^2 + \frac{4y^2}{3} = 1$
- (4) $8x^2 - 8y^2 = 1$
- (5) $4x^2 - 4y^2 = 1$

第貳部分：選填題（占 40 分）

說明：1.第 A 至 H 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（13–33）
2.每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 已知坐標平面上三點 $(3, \log 3)$ 、 $(6, \log 6)$ 與 $(12, y)$ 在同一直線上，則 $y = \log$ ⑬ ⑭。

B. 如右圖所示（只是示意圖），將梯子 $\overline{AB}$ 靠在與地面垂直的牆 AC 上，測得與水平地面的夾角 $\angle ABC$ 為 60° 。將在地面上的底 B 沿著地面向外拉 51 公分到點 F （即 $\overline{FB} = 51$ 公分），此時梯子 $\overline{EF}$ 與地面的夾角 $\angle EFC$ 之正弦值為 $\sin \angle EFC = 0.6$ ，則梯子長 $\overline{AB} =$ ⑮ ⑯ ⑰ 公分。



C. 平面上兩點 A 、 B 之距離為 5，以 A 為圓心作一半徑為 r （ $0 < r < 5$ ）的圓 Γ ，過 B 作圓 Γ 的切線，切點（之一）為 P 。當 r 變動時， ΔPAB 的面積最大可能值為

$\frac{\textcircled{18} \textcircled{19}}{\textcircled{20}}$ 。（化成最簡分數）

D. 坐標平面上，圓 Γ 完全落在四個不等式： $x - y \leq 4$ 、 $x + y \leq 18$ 、 $x - y \geq -2$ 、 $x + y \geq -24$

所圍成的區域內。則 Γ 最大可能面積為 $\frac{\textcircled{21}}{\textcircled{22}}$ π 。（化成最簡分數）

E. 坐標平面上，若拋物線 $y = x^2 + 2x - 3$ 的頂點為 C ，與 x 軸的交點為 A 、 B ，則

$$\cos \angle ACB = \frac{\textcircled{23}}{\textcircled{24}} \text{。 (化成最簡分數)}$$

F. 設 a, b, c, d, e, x, y, z 皆為實數，考慮矩陣相乘：
$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & 5 & 7 \\ -4 & 6 & e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & x & 7 \\ 0 & y & 7 \\ -11 & z & 23 \end{bmatrix},$$

$$\text{則 } y = \frac{\textcircled{25}}{\textcircled{26}} \text{。 (化成最簡分數)}$$

G. 設 D 為 $\triangle ABC$ 中 $\overline{BC}$ 邊上的一點，已知 $\angle ABC = 75^\circ$ 、 $\angle ACB = 45^\circ$ 、 $\angle ADB = 60^\circ$ 。

$$\text{若 } \overrightarrow{AD} = s \overrightarrow{AB} + t \overrightarrow{AC}, \text{ 則 } s = \frac{\textcircled{27}}{\textcircled{28}}, t = \frac{\textcircled{29}}{\textcircled{30}} \text{。 (化成最簡分數)}$$

H. 將一塊邊長 $\overline{AB} = 15$ 公分、 $\overline{BC} = 20$ 公分的長方形鐵片 $ABCD$ 沿對角線 $\overline{BD}$ 對摺後豎立，

$$\text{使得平面 } ABD \text{ 與平面 } CBD \text{ 垂直，則 } A、C \text{ 兩點 (在空間) 的距離 } \overline{AC} = \sqrt{\textcircled{31} \textcircled{32} \textcircled{33}}$$

公分。(化成最簡根式)

參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為 a ，公比為 $r (r \neq 1)$ 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 三角函數的和角公式： $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

3. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ （ R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑）

$\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

4. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

$$\text{標準差 } \sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} ((\sum_{i=1}^n x_i^2) - n\mu_X^2)}$$

5. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，相關係數 $r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{n\sigma_X \sigma_Y}$

迴歸直線（最適合直線）方程式 $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{3} \approx 1.732, \sqrt{5} \approx 2.236, \sqrt{6} \approx 2.449, \pi \approx 3.142$

7. 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010, \log_{10} 3 \approx 0.4771, \log_{10} 5 \approx 0.6990, \log_{10} 7 \approx 0.8451$

8. 角錐體積 $= \frac{1}{3} \text{底面積} \times \text{高}$