

類 科：經建行政、農業行政
科 目：統計學
考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、令 $X_1, \dots, X_6$ 表示服從指數分配(Exponential distribution) $Exp(\theta)$ 的隨機樣本，

其機率密度函數為 $f(x) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, x > 0$ 。(每小題8分，共24分)

(一)計算 $E(X_1)$ 。(E：Expectation)(須列出計算過程)

(二)令 $Y = \sum_{i=1}^6 X_i$ ，求隨機變數Y的動差母函數(moment generating function)，並回答Y的機率分配名稱。(須列出計算過程)

(三)令 $\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^6 X_i}{6}$ ，求隨機變數 $\bar{Y}$ 的動差母函數(moment generating function)，並回答 $\bar{Y}$ 的機率分配名稱。(須列出計算過程)

二、考慮簡單線性迴歸模型， $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i$ ， $\epsilon_i \underset{\sim}{i}id N(0, \sigma^2)$ ， $\hat{\beta}_0$ 和 $\hat{\beta}_1$ 分別為 β_0 與 β_1 之最小平方估計式，計算下列各子題：(每小題10分，共20分)

(一)計算 $Cov(\bar{y}, \hat{\beta}_1)$ ，其中 $\bar{y}$ 為反應變數Y之平均數，Cov是指共變異數(Covariance)。

(二)計算 $Var(\hat{\beta}_0 + 0.8\hat{\beta}_1)$ ，Var是指變異數(Variance)。

三、有關於汽車碳氫化合物排放量(克/英里)的研究，記錄碳氫化合物排放量Y(100克/公里)，和相對應的累積里程數X(以1000公里為單位)。初步整理樣本資料如下所示：

$$n=11, \sum_{i=1}^n x_i = 190.2356, \sum_{i=1}^n y_i = 212.9375, \sum_{i=1}^n x_i^2 = 4086.6461,$$

$$\sum_{i=1}^n y_i^2 = 4152.344, \sum_{i=1}^n x_i y_i = 3808.8281。$$

使用以上資料回答下列問題，請詳細將所使用之公式及計算過程列出。

(每小題9分，共36分)

(一)計算最小平方迴歸線。(計算至小數點後4位數)

(二)迴歸判定係數(R^2)為何？

(三)顯著水準為0.05，檢定迴歸斜率是否顯著異於0.16。

(四)在 $x=25$ 時，求對應之反應變數Y預測值的95%預測區間。

$$(t_{10,0.025} = 2.228, t_{9,0.025} = 2.262, t_{10,0.05} = 1.812, t_{9,0.05} = 1.833)$$

四、觀察記錄某一城市在最近三個月內（90天）每天汽機車意外事故的次數，其次數分配如下所示：

意外事故次數	0	1	2	3	4
觀察天數	32	34	17	6	1

檢定每天汽機車意外事故次數是否服從波松（Poisson）分配。

(一)寫出虛無假設與對立假設。(5分)

(二)在顯著水準 $\alpha=0.05$ 時，寫出檢定統計量、棄卻域和結論。(須列出計算過程)(15分)

$$(\chi^2_{2,0.025} = 7.38, \chi^2_{3,0.025} = 9.35, \chi^2_{4,0.025} = 11.14, \\ \chi^2_{2,0.05} = 5.99, \chi^2_{3,0.05} = 7.81, \chi^2_{4,0.05} = 9.49)$$

波松分配累積機率表

x	$\lambda = E(X)$		
	0.5	1.0	2.0
0	0.607	0.368	0.135
1	0.910	0.736	0.406
2	0.986	0.920	0.677
3	0.998	0.981	0.857
4	1.000	0.996	0.947
5	1.000	0.999	0.983
6	1.000	1.000	0.995
7	1.000	1.000	0.999