

等別(級)：薦任

類科(別)：天文

科目：應用數學（包括微積分、微分方程、向量分析）

考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、請找出下列函數的拉普拉斯轉換（Please find the Laplace transform of the following functions）。（每小題5分，共20分）

(一) t^2

(二) $\cosh at$

(三) $\sin \omega t$

(四) te^{at}

二、請解下列邊界值問題（Please solve the following boundary value problem）。（20分）

$$y'' + \lambda y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y(10) = 0$$

三、請解下列初始值問題（Please solve the following initial value problem）。（20分）

$$y' + xy = xy^{-1}, \quad y(0) = 3$$

四、請找出下列方陣的一個固有基底並將其對角線化（Please find an eigenbasis of the following matrix and diagonalize it）。（20分）

$$\begin{bmatrix} -19 & 7 \\ -42 & 16 \end{bmatrix}$$

五、請解出下列函數的泰勒級數和收斂半徑（Please find the corresponding Taylor series and associated radius of convergence of the following functions）。（每小題10分，共20分）

(一) $\frac{1}{1-z}$, $z_0 = 0$

(二) $\sinh(2z-i)$, $z_0 = \frac{i}{2}$