

大學入學考試中心  
102 學年度指定科目考試試題  
數學乙

—作答注意事項—

考試時間：80 分鐘

作答方式：• 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。

- 非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答案卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
- 未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案；或未使用黑色墨水的筆書寫答案卷，致評閱人員無法辨認機器掃描後之答案者，其後果由考生自行承擔。
- 答案卷每人一張，不得要求增補。

選填題作答說明：選填題的題號是 A，B，C，……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是  $\frac{3}{8}$ ，則考生

必須分別在答案卡上的第 18 列的  $\square_3$  與第 19 列的  $\square_8$  畫記，如：

|    |             |             |                  |             |             |             |             |                  |             |             |               |                 |
|----|-------------|-------------|------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------------|-------------|-------------|---------------|-----------------|
| 18 | $\square_1$ | $\square_2$ | $\blacksquare_3$ | $\square_4$ | $\square_5$ | $\square_6$ | $\square_7$ | $\square_8$      | $\square_9$ | $\square_0$ | $\square_{-}$ | $\square_{\pm}$ |
| 19 | $\square_1$ | $\square_2$ | $\square_3$      | $\square_4$ | $\square_5$ | $\square_6$ | $\square_7$ | $\blacksquare_8$ | $\square_9$ | $\square_0$ | $\square_{-}$ | $\square_{\pm}$ |

例：若第 C 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是  $\frac{-7}{50}$  時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的  $\square_{-}$  與第 21 列的  $\square_7$  畫記，如：

|    |             |             |             |             |             |             |                  |             |             |             |                    |                 |
|----|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------------|-------------|-------------|-------------|--------------------|-----------------|
| 20 | $\square_1$ | $\square_2$ | $\square_3$ | $\square_4$ | $\square_5$ | $\square_6$ | $\square_7$      | $\square_8$ | $\square_9$ | $\square_0$ | $\blacksquare_{-}$ | $\square_{\pm}$ |
| 21 | $\square_1$ | $\square_2$ | $\square_3$ | $\square_4$ | $\square_5$ | $\square_6$ | $\blacksquare_7$ | $\square_8$ | $\square_9$ | $\square_0$ | $\square_{-}$      | $\square_{\pm}$ |

第壹部分：選擇題（單選題、多選題及選填題共占 76 分）

一、單選題（占 12 分）

說明：第1題至第2題，每題有5個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得6分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 設  $a, b, c$  為實數，且二次多項式  $f(x) = ax(x-1) + bx(x-3) + c(x-1)(x-3)$  滿足  $f(0) = 6$ 、 $f(1) = 2$ 、 $f(3) = -2$ 。請問  $a + b + c$  等於下列哪一個選項？

(1) 0                      (2)  $\frac{2}{3}$                       (3) 1                      (4)  $-\frac{1}{2}$                       (5)  $-\frac{4}{3}$

2. 綜合數種糧食的【糧食自給率】定義為  $\frac{A}{B}$ ，其中  $A$  為「每一種糧食之國內生產量乘以該糧食每單位產生熱量之後的總和」， $B$  為「每一種糧食之國內消費量乘以該糧食每單位產生熱量之後的總和」。已知甲、乙、丙三種糧食相關數據如下表：

| 糧食 | 國內生產量<br>(單位：千公噸) | 國內消費量<br>(單位：千公噸) | 單位糧食產生的熱量<br>(單位：大卡／每百公克) |
|----|-------------------|-------------------|---------------------------|
| 甲  | 1000              | 1200              | 300                       |
| 乙  | 280               | 320               | 100                       |
| 丙  | 100               | 1000              | 600                       |

請問綜合甲、乙、丙這三種糧食的【糧食自給率】最接近下列哪一個選項？

(1) 37%                      (2) 39%                      (3) 41%                      (4) 43%                      (5) 45%

## 二、多選題（占 40 分）

說明：第3題至第7題，每題有5個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得8分；答錯1個選項者，得4.8分；答錯2個選項者，得1.6分；答錯多於2個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

3. 坐標平面上兩點  $(4,1)$  和  $(5,9)$  在直線  $3x - y - k = 0$  的兩側，其中  $k$  為整數。請選出正確的選項。

- (1) 滿足上式的  $k$  最少有 5 個
- (2) 所有滿足上式的  $k$  的總和是 35
- (3) 所有滿足上式的  $k$  中，最小的是 7
- (4) 所有滿足上式的  $k$  的平均是 9
- (5) 所有滿足上式的  $k$  中，奇數與偶數的個數相同

4. 下列有關循環小數的敘述中，請選出正確的選項。

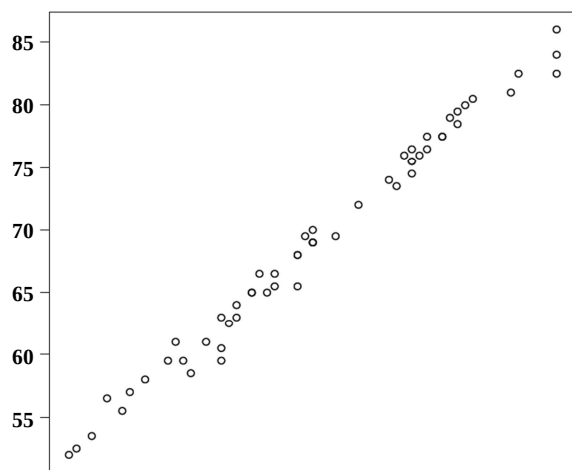
- (1)  $0.\overline{7} + 0.\overline{3} = 0.\overline{6} + 0.\overline{4}$
- (2)  $0.\overline{72} + 0.\overline{28} = 1.\overline{1}$
- (3)  $0.\overline{7} + 0.\overline{3} = 1$
- (4)  $0.\overline{5} + 0.\overline{5} = 1.\overline{1}$
- (5)  $0.4\overline{9} = 0.5$

5. 某研究所處理個人申請入學，其甄選總成績係採計測驗 A 分數及測驗 B 分數各占 50%。50 位申請同學依甄選總成績高低排序，錄取前 20 名。現依准考證號碼順序，將這些同學的成績列表如下：(例如，第一位同學的測驗 A 分數及測驗 B 分數分別為 93 分及 28 分)

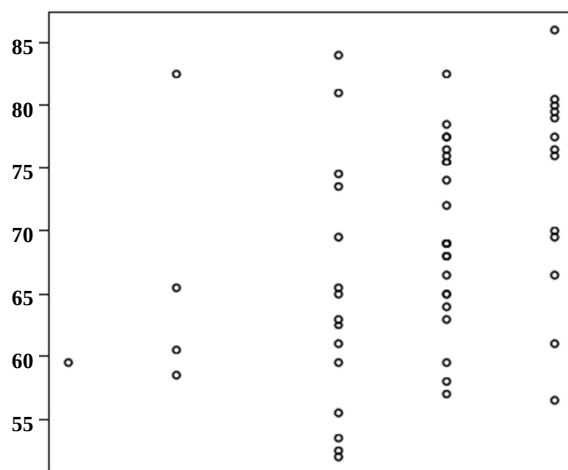
|      |    |     |     |     |     |    |    |    |    |     |    |     |    |
|------|----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|----|-----|----|-----|----|
| 測驗 A | 93 | 98  | 100 | 100 | 100 | 98 | 96 | 96 | 98 | 96  | 96 | 98  | 98 |
| 測驗 B | 28 | 50  | 59  | 22  | 52  | 67 | 30 | 15 | 46 | 11  | 72 | 21  | 59 |
| 測驗 A | 93 | 100 | 100 | 100 | 100 | 98 | 98 | 96 | 98 | 100 | 96 | 100 | 96 |
| 測驗 B | 24 | 13  | 53  | 33  | 61  | 57 | 55 | 26 | 35 | 40  | 9  | 60  | 23 |
| 測驗 A | 96 | 96  | 96  | 100 | 100 | 96 | 98 | 98 | 91 | 100 | 96 | 100 | 98 |
| 測驗 B | 66 | 29  | 34  | 58  | 55  | 35 | 16 | 28 | 28 | 72  | 51 | 39  | 40 |
| 測驗 A | 98 | 96  | 96  | 93  | 98  | 96 | 98 | 98 | 98 | 98  | 93 |     |    |
| 測驗 B | 18 | 43  | 8   | 38  | 32  | 53 | 38 | 53 | 30 | 54  | 72 |     |    |

所有學生測驗 A 分數的平均數為 97.38，而測驗 B 分數的平均數為 40.22。現從甄選總成績、測驗 A 分數及測驗 B 分數之中任選兩種成績作散佈圖，圖甲及圖乙為其中之一；兩圖中各有 50 個資料點，每一點代表一位同學；兩個橫軸與縱軸之單位長可能皆不相同。請選出正確的選項。

- (1) 圖乙的橫軸為測驗 A 分數
- (2) 圖乙的縱軸為甄選總成績
- (3) 圖甲的橫軸為甄選總成績
- (4) 若只以測驗 B 分數高低錄取 20 位同學（不採計測驗 A 分數），錄取的同學與以甄選總成績高低錄取的同學完全相同
- (5) 甄選總成績的平均數為 97.38 及 40.22 的平均數



圖甲



圖乙

6. 想要了解選民對某候選人真正的支持度(支持率) $p$ ，四家媒體所做的民意調查結果如下表所示：

|                | 媒體 A | 媒體 B             | 媒體 C | 媒體 D |
|----------------|------|------------------|------|------|
| $\hat{p}$      | 0.30 | 0.40             | 0.30 | 0.28 |
| $\hat{\sigma}$ | 0.02 | $\hat{\sigma}_B$ | 0.01 | 0.01 |

其中  $\hat{p}$  表示抽樣支持度， $\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$ ， $n$  為抽樣人數。請選出正確的選項。

- (1) 在 95% 的信心水準之下，媒體 A 抽樣所得  $p$  的信賴區間為  $[0.28, 0.32]$
- (2) 如果媒體 B 抽樣的人數與媒體 A 相同，則  $\hat{\sigma}_B$  大於 0.02
- (3) 媒體 C 抽樣人數約為媒體 A 抽樣人數的兩倍
- (4) 媒體 A 的抽樣支持度比媒體 B 的抽樣支持度更接近候選人真正的支持度  $p$
- (5) 在 95% 的信心水準之下，至少有一家媒體抽樣所得  $p$  的信賴區間會包含真正的支持度  $p$
7. 已知二階方陣  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  滿足  $A \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ ， $A \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix}$ 。請選出正確的選項。
- (1)  $A$  的行列式(值)為 6
- (2)  $A^2 = 5A - 6 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
- (3)  $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$
- (4)  $A \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 6 \end{bmatrix}$
- (5)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} 5 & 7 \end{bmatrix}$

### 三、選填題（占 24 分）

說明：1.第 A 至 C 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號 (8–14)。  
2.每題完全答對給 8 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 從玫瑰、菊花、杜鵑、蘭花、山茶、水仙、繡球等七盆花中選出四盆靠在牆邊排成一列，其中杜鵑及山茶都被選到，且此兩盆花位置相鄰的排法有 ⑧⑨⑩ 種。

B. 袋中有 3 顆白球與 1 顆黑球，每次隨機從袋中抽出 1 球，袋中每一球被抽到的機率皆相同，抽出後不放回，直到抽中黑球時遊戲結束。若在第  $k$  次抽到黑球，則得到  $k$  元獎金。此遊戲可獲得獎金的數學期望值為  $\frac{⑪}{⑫}$  元(化為最簡分數)。

C. 在坐標平面上，設  $O$  為原點，向量  $\overrightarrow{a} = (1, 2)$ ， $\overrightarrow{b} = (2, 1)$ ， $\overrightarrow{c} = (1, 1)$ ， $\overrightarrow{d} = (-1, 1)$ 。  
 $P$  為平面上的動點，令點集合  $A = \{P \mid \overrightarrow{OP} = x \overrightarrow{a} + y \overrightarrow{b} \text{ 且 } 0 \leq x \leq 1 \text{ 且 } 0 \leq y \leq 1\}$ ，點集合  $B = \{P \mid \overrightarrow{OP} = x \overrightarrow{c} + y \overrightarrow{d} \text{ 且 } 0 \leq x \leq 1 \text{ 且 } 0 \leq y \leq 1\}$ ，則區域  $A \cap B$  的面積為  $\frac{⑬}{⑭}$  (化為最簡分數)。

— — — — — 以下第貳部分的非選擇題，必須作答於答案卷 — — — — —

## 第貳部分：非選擇題（占 24 分）

說明：本部分共有二大題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明大題號(一、二)與子題號((1)、(2)、……)，同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚至零分。作答務必使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。每一子題配分標於題末。

一、已知  $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ 。

- (1) 請以對數律計算  $\log 1.5$ （不必四捨五入）。（3 分）
- (2) 請以對數律計算  $\log (1.5)^{60}$ （不必四捨五入）。（3 分）
- (3) 請問  $(1.5)^{60}$  的整數部分是幾位數？請說明理由。（3 分）
- (4) 請問  $(1.5)^{60}$  的整數部分中，最左邊的數字是幾？請說明理由。（3 分）

二、某工廠使用三種貴金屬元素合成兩種合金，其中每單位的甲合金是由 5 公克的 A 金屬、3 公克的 B 金屬以及 3 公克的 C 金屬組成，而每單位的乙合金是由 3 公克的 A 金屬、6 公克的 B 金屬與 3 公克的 C 金屬所組成。已知甲、乙合金每單位的獲利分別為 600、700 元。若工廠此次進了 1000 公克的 A 金屬、1020 公克的 B 金屬與 660 公克的 C 金屬投入生產這兩種合金，試問甲、乙兩種合金各應生產多少單位，才能獲得最大利潤？又此時利潤為多少？（12 分）