

等 別：高考二級
類 科：電力工程
科 目：控制系統
考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)請以黑色鋼筆或原子筆在申論試卷上作答。

(四)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、考慮一個二階線性系統，輸入為 $u(t)$ ，輸出為 $y(t)$ ，並給定初值 $y(0) = y_0$ ， $\dot{y}(0) = v_0$ ，系統方程式如下所示：

$$\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) - y(t) = u(t), \quad t > 0$$

再令 $Y(s)$ 與 $U(s)$ 分別為輸出與輸入的拉普拉斯轉換(Laplace transform)。

(一)若 $Y(s) = H(s)U(s)$ ，求轉移函數 $H(s) = ?$ (5 分)

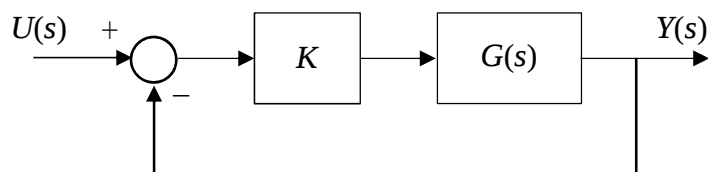
(二)令 $u(t) = -4y(t) + c(t)$ ， $C(s)$ 為 $c(t)$ 的拉普拉斯轉換，

若 $Y(s) = G(s)C(s)$ ，求 $G(s) = ?$ (5 分)

(三)若 $c(t) = \cos 2t$ ，則當 $t \rightarrow \infty$ 時，輸出為 $y(t) = A \cos(\omega t + \theta)$ ，

求 A 、 ω 與 θ 各為何？並說明為何 $y(\infty)$ 與初值 y_0 與 v_0 無關。(15 分)

二、考慮下列之單位負回授系統：



其中 $G(s) = \frac{s+1}{s(s-2)(s+5)}$ 。

(一)畫出 $K \geq 0$ 的根值軌跡圖 (root locus)，可簡略標示但必須包括此軌跡與虛軸交點之位置、在實軸上的分離點、以及漸近線。(15 分)

(二)當 $K = \alpha$ 時，系統具有兩個純虛根以及一個實根 $s = \beta$ ，求 α 與 β 各為何？(6 分)

(三)當系統為穩定時， K 值的範圍為何？(4 分)

三、給定系統狀態方程式如下：

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}u(t)$$

$$y(t) = \mathbf{c}\mathbf{x}(t)$$

其中輸入為 $u(t)$ ，輸出為 $y(t)$ ，系統狀態向量 $\mathbf{x}(t)$ 以及系統矩陣 $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{b}$ 與 $\mathbf{c}$ 分別為

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & \alpha \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c} = [0 \ 0 \ 1]$$

(一)當 $u(t)=0$ 時，若此系統為穩定，求 α 的範圍為何？(5分)

(二)此系統是否具有狀態可控性？請說明理由。(5分)

(三)此系統是否具有狀態可觀測性？請說明理由。(5分)

(四)當 $\alpha=1$ 時，此狀態方程式可化為三階微分方程式如下：

$$\ddot{y}(t) + a_2\dot{y}(t) + a_1\dot{y}(t) + a_0y(t) = b_2\ddot{u}(t) + b_1\dot{u}(t) + b_0u(t)$$

求係數 a_2 、 a_1 、 a_0 、 b_2 、 b_1 與 b_0 各為何？(10分)

四、考慮一個離散型系統，輸入為 $u[k]$ ，輸出為 $y[k]$ ，方程式如下：

$$y[k+3] + 0.45y[k+2] + ny[k+1] - 0.54y[k] = u[k+1] - 0.5u[k]$$

其中 n 為常數， $k=0,1,2,3,\dots$ 。

(一)令 $Y(z)$ 與 $U(z)$ 分別為輸出與輸入的 z 轉換(z transform)，則此系統的

轉移函數為 $H(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{Q(z)}{P(z)}$ ，其中 $P(z)$ 與 $Q(z)$ 為 z 的多項式函數，

求 $P(z)=?$ $Q(z)=?$ (8分)

(二)當 $n=\alpha$ 時，此系統有一個特徵根為0.75，求 $\alpha=?$ (5分)

(三)當 $n=\alpha$ 時，此系統是否為穩定？請說明理由。(5分)

(四)若 $n=\alpha$ 且 $u[k]=1$ ，則當 $k \rightarrow \infty$ 時， $y[k]=\beta$ 為常數，求 $\beta=?$

並說明為何 $y[k]$ 為常數。(7分)