

等 別：高等考試

類 科：航空工程技師

科 目：飛行力學（包括自動控制與飛機性能）

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

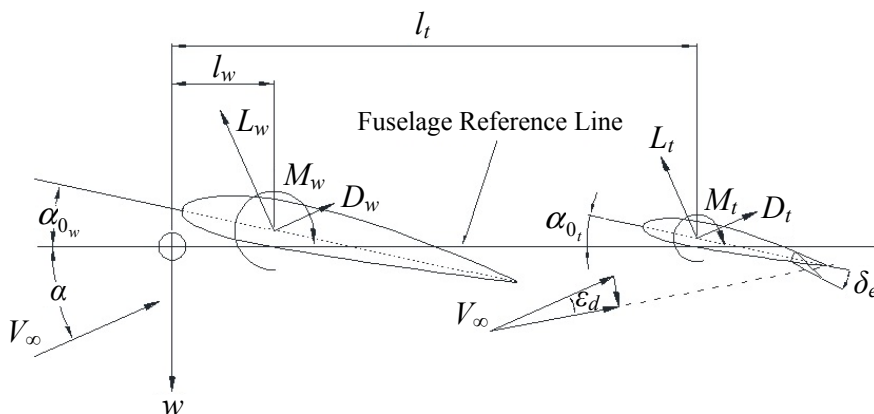
一、某架大型無人飛機 (UAV) 具有下列物理特性及氣動力特性：

$$\begin{aligned} m &= 16.2 \text{ kg}, I_{yy} = 18.492 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, l_t - l_w = 1.89 \text{ m}, S_w = 3.28 \text{ m}^2, b_w = 5.27 \text{ m}, \\ c_{r_w} &= 0.79 \text{ m}, c_{t_w} = 0.355 \text{ m}, C_{L_{\alpha_w}} = 5.65 \text{ rad}^{-1}, \alpha_{L_{0_w}} = -8^\circ, C_{m_{ac_w}} = -0.198, \\ S_t &= 0.7 \text{ m}^2, b_t = 1.87 \text{ m}, c_{r_t} = 0.5 \text{ m}, c_{t_t} = 0.25 \text{ m}, C_{L_{\alpha_t}} = 4.73 \text{ rad}^{-1}, \\ \varepsilon_e &= 0.30, C_{m_{ac\delta_e}} = -0.0607 \text{ rad}^{-1} \end{aligned} \quad (1)$$

上列的符號意義為：

m	質量	I_{yy}	相對體座標 y 軸的轉動慣量		
S_w	機翼面積	b_w	機翼翼展		
c_{r_w}	機翼翼根弦長	c_{t_w}	機翼翼尖弦長		
$C_{L_{\alpha_w}}$	機翼升力係數斜率	$\alpha_{L_{0_w}}$	機翼零升力攻角	$C_{m_{ac_w}}$	機翼空氣動力中心力矩係數
S_t	水平尾翼面積	b_t	水平尾翼翼展		
c_{r_t}	水平尾翼翼根弦長	c_{t_t}	水平尾翼翼尖弦長		
$C_{L_{\alpha_t}}$	水平尾翼升力係數斜率	ε_e	升降舵效率	$C_{m_{ac\delta_e}}$	升降舵對水平尾翼空氣動力中心力矩係數的影響
l_w	機翼空氣動力中心到飛機質心的距離	l_t	水平尾翼空氣動力中心到飛機質心的距離		

機翼及水平尾翼的升力(L_w, L_t)、阻力(D_w, D_t)及力矩(M_w, M_t)對飛機質心可以簡化成圖一所示：



圖一、簡化的飛機受力圖

假設飛機在穩態飛行 (steady flight) 並忽略阻力對飛機俯仰 (pitch) 力矩的影響及飛機飛行攻角很小，飛機的配平升力係數($C_{L_{trim}}$)及相對質心的力矩係數(C_m)可以表示為：

$$\frac{W}{\frac{1}{2}\rho V_{\infty}^2 S_w} \equiv C_{L_{trim}} = \underbrace{\{C_{L_{\alpha_w}}(\alpha_{0_w} - \alpha_{L_{0_w}}) + \frac{S_t}{S_w} \eta_t C_{L_{\alpha_t}}(\alpha_{0_t} - \varepsilon_{d0})\}}_{C_{L_0}} + \underbrace{[C_{L_{\alpha_w}} + \frac{S_t}{S_w} \eta_t C_{L_{\alpha_t}}(1 - \frac{d\varepsilon_d}{d\alpha})]\alpha}_{C_{L_{\alpha}}} + \underbrace{[\frac{S_t}{S_w} \eta_t C_{L_{\alpha_t}} \varepsilon_e]}_{C_{L_{\delta_e}}} \quad (2)$$

$$C_m = \underbrace{\{C_{m_{acw}} - \frac{l_w}{\bar{c}_w} C_{L_{\alpha_w}}(\alpha_{0_w} - \alpha_{L_{0_w}}) - \frac{l_t}{\bar{c}_w} \frac{S_t}{S_w} \eta_t C_{L_{\alpha_t}}(\alpha_{0_t} - \varepsilon_{d0})\}}_{C_{m_0}} + \underbrace{[-\frac{l_w}{\bar{c}_w} C_{L_{\alpha_w}} - \frac{l_t}{\bar{c}_w} \frac{S_t}{S_w} \eta_t C_{L_{\alpha_t}}(1 - \frac{d\varepsilon_d}{d\alpha})]\alpha}_{C_{m_{\alpha}}} + \underbrace{[\frac{\bar{c}_t}{\bar{c}_w} \frac{S_t}{S_w} \eta_t C_{m_{ac\delta_e}} - \frac{l_t}{\bar{c}_w} \frac{S_t}{S_w} \eta_t C_{L_{\alpha_t}} \varepsilon_e]}_{C_{m_{\delta_e}}} \delta_e$$

= 0

上列式(2)中新增的符號意義為：

W	飛機重量		
ρ	空氣密度	V_{∞}	自由流速率
α	飛機攻角	δ_e	升降舵角度
α_{0_w}	機翼相對機身參考線 (fuselage reference line) 的裝置角	α_{0_t}	水平尾翼相對機身參考線的裝置角
$\bar{c}_w$	機翼平均空氣動力弦 (mean aerodynamic chord)	$\bar{c}_t$	水平尾翼平均空氣動力弦
ε_{d0}	零攻角的下洗流 (downwash) 角度	$\frac{d\varepsilon_d}{d\alpha}$	下洗流斜率
η_t	水平尾翼效率 (tail efficiency)		
C_{L_0}	飛機零攻角升力係數	C_{m_0}	相對飛機質心零攻角力矩係數
$C_{L_{\alpha}}$	飛機升力係數斜率	$C_{m_{\alpha}}$	相對飛機質心力矩係數斜率
$C_{L_{\delta_e}}$	升降舵對飛機升力係數的影響	$C_{m_{\delta_e}}$	升降舵對飛機力矩係數的影響

為簡化飛機的設計，選擇在海平面 ($\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3$) 以速率 8.58 m/sec 水平飛行，機翼及水平尾翼相對機身參考線的裝置角的設計，可使得飛機的攻角及升降舵的角度皆為零，同時，只有機翼提供升力而水平尾翼並不提供升力。假設水平尾翼的效率為 1.0 以及在水平尾翼位置的下洗流角度 (ε_d) 為：

$$\varepsilon_d = \varepsilon_{d0} + \frac{d\varepsilon_d}{d\alpha} = 0.6682 \frac{C_{L_w}}{AR_w} \quad (3)$$

上列式(3)中 C_{L_w} 為機翼升力係數， AR_w 為機翼的展弦比 (aspect ratio)。運用式(2)、式(3)及式(1)提供的數值計算下列各項：

(一)飛機的配平升力係數 ($C_{L_{trim}}$)。(5 分)

(二)在設計點只有機翼提供升力，機翼相對機身參考線的裝置角 (單位度)。(5 分)

(三)在設計點只有機翼提供升力而水平尾翼並不提供升力，水平尾翼相對機身參考線的裝置角 (單位度)。(5 分)

(四)機翼及水平尾翼的平均空氣動力弦 (單位公尺)，可以利用以下的式子求出：

$$\bar{c} = \frac{2}{3} \left(\frac{1 + \lambda + \lambda^2}{1 + \lambda} \right) c_r \quad (4)$$

式(4)中， λ 為漸縮比。(10 分)

(五)機翼空氣動力中心到飛機質心的距離 (單位公尺)。(5 分)

(六)相對飛機質心力矩係數斜率。(5 分)

(七)飛機升力係數斜率。(5 分)

(八)這架大型無人飛機的靜穩定裕度 (static stability margin)。(5 分)

(九)假如這架無人飛機的質心移到機翼的空氣動力中心，計算此時的靜穩定裕度、配平攻角 (單位度)、升降舵角度 (單位度)。(15 分)

二、一個標準的二階欠阻尼系統 (underdamped system)

$$\ddot{y} + 2\zeta\omega_n\dot{y} + \omega_n^2 y = 1, y(0) = 0, \dot{y}(0) = 0 \quad (5)$$

的響應可以寫成

$$y(t) = 1 - \frac{1}{\beta} e^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_n \beta t + \theta) \quad (6)$$

其落入最終值 2% 的穩定時間 (settling time), T_s , 可以近似為：

$$T_s \cong \frac{4}{\zeta\omega_n} \quad (7)$$

響應的峰值時間 (peak time), T_p , 為：

$$T_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} \quad (8)$$

以及百分比超越量 (percent overshoot), $P.O.$, 為：

$$P.O. = \frac{(1 + e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}}) - 1}{1} \times 100\% = 100e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}} \quad (9)$$

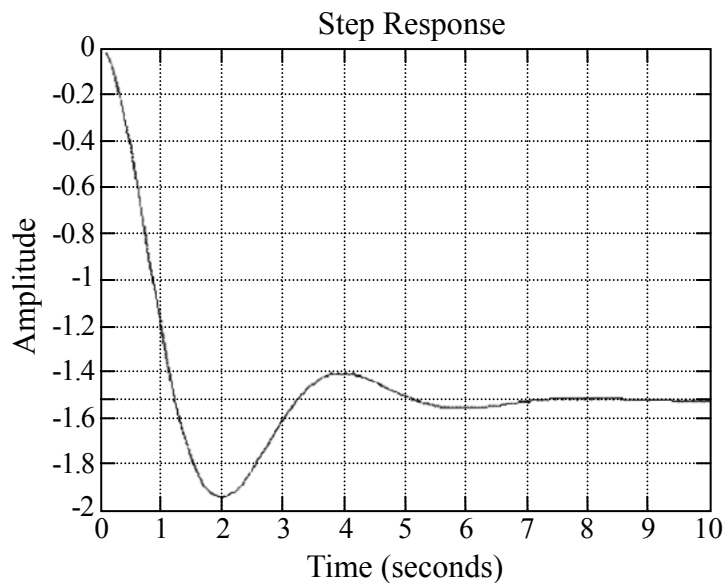
假設將上述的無人飛機安置在風洞中，並僅允許俯仰的動作 (pitching motion)，其運動方程式為：

$$\ddot{\alpha} - (M_q + M_{\dot{\alpha}})\dot{\alpha} - M_{\alpha}\alpha = M_{\delta_e}\delta_e \quad (10)$$

若給予 1 度的升降舵角，其攻角的響應如圖二所示，這個步階響應的部分特性為：

上升時間 (rise time)	0.8346 sec.
穩定時間	6.1174 sec.
百分比超越量	27.57 %
峰值時間	2.0124 sec.

(11)



圖二、1 度的升降舵角其攻角的響應

- (一) 試由攻角的響應求出式(10)中的空氣動力穩定導數 (aerodynamic stability derivatives)， $(M_q + M_{\dot{\alpha}})$ 、 M_{α} 及 M_{δ_e} 。(15 分)
- (二) 假如穩定時間的需求為小於 5 秒及百分比超越量需求為小於 10%，試證明系統特徵根 (characteristic roots)， $-0.8 \pm 1.0i$ ，可以滿足需求。(10 分)
- (三) 將式(10)改寫成狀態空間形式 (state space)。(5 分)
- (四) 使用狀態回授 (state-feedback) 使系統(10)能滿足所需求的系統特徵根， $-0.8 \pm 1.0i$ 。(10 分)