

114年公務、關務人員升官等考試、114年
交通事業郵政、港務人員升資考試試題

等 級：薦任
類科(別)：物理
科 目：微積分
考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、設 $f(x) = e^{x^2}$ ，求 $f^{(100)}(0)$ ，其中 $f^{(100)}$ 代表函數的第 100 階導函數。(10 分)

二、求曲線 $(x^2 + y^2)^2 = x^2 + y^2 - 4xy$ 所圍區域的面積。(15 分)

三、求線積分 $\int_C e^x \sin(2y) dx + 2e^x \cos(2y) dy$ ，其中曲線 C 是沿著軌跡 (t, t^2) 從 $(0,0)$ 到 $(1,1)$ 的拋物線段。(15 分)

四、設函數 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 y}{x^4 + y^4} & \text{當 } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{當 } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ ，試問函數 $f(x, y)$ 在 $(0,0)$ 是否連續？(15 分)

五、求過曲線 $xy^3 + 4x^2 = 5$ 上一點 $(1,1)$ 的切線方程式。(15 分)

六、設 $z = \sin^{-1}(\tan(xy))$ 。證明 $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = (x + y)\sec^2(xy)\sec z$ 。(15 分)

七、繪製 $z = |x| + |y|$ 的圖形。(15 分)