

111年公務人員特種考試關務人員、身心障礙人員考試及
111年國軍上校以上軍官轉任公務人員考試試題

考試別：關務人員考試

等別：三等考試

類科：機械工程

科目：自動控制

考試時間：2 小時

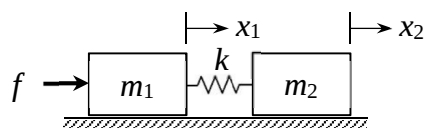
座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目得以本國文字或英文作答。

一、下圖為一彈簧連接雙質量系統，其中 m_1 與 m_2 以及 x_1 與 x_2 分別表示各個質量和位移， k 為彈簧的彈簧常數 (spring constant)， f 則是所施加的力。假設兩質量均置於無摩擦的平面上，則此系統可由如下的動態方程式所描述。



$$f - k(x_1 - x_2) = m_1 \ddot{x}_1$$

$$k(x_1 - x_2) = m_2 \ddot{x}_2$$

今為控制質量 m_2 的位移 x_2 ，假設施力 f 可設計為下列之比例-微分 (proportional-derivative) 控制器形式：

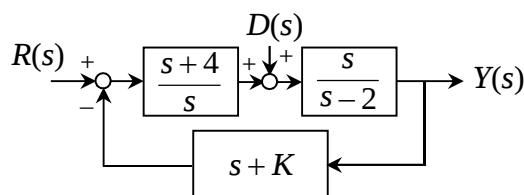
$$f = a(\dot{x}_d - \dot{x}_2) + b(x_d - x_2)$$

其中 a 與 b 即是微分增益 (gain) 與比例增益，而 x_d 則是位移輸入命令。

(一)推導出輸出 x_2 對輸入 x_d 之轉移函數 (transfer function)。(10 分)

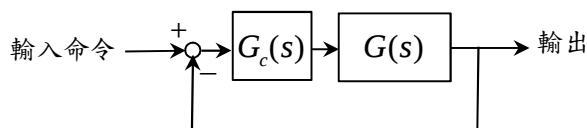
(二)給定 $m_1 = m_2 = 1$ ， $k = 1$ ， $b = 1$ 。假設 a 為一正實數，繪製以微分增益 a 為變數之根軌跡圖 (root locus plot)，並標示出極點 (pole)、零點 (zero)、漸近線 (asymptote)、漸近線與實數軸交會之位置、根軌跡進入實數軸的位置 (re-entry point) 與所對應之 a 值、離開角 (departure angle)。(20 分)

二、下圖為一閉迴路控制系統之方塊圖，其中 $R(s)$ 、 $Y(s)$ 、 $D(s)$ 分別表示輸入、輸出、外來干擾（disturbance）。



- (一) 繪出此系統之奈氏圖（Nyquist plot），並依據此圖求出此閉迴路控制系統穩定之 K 值範圍。（15 分）
- (二) 已知此系統是穩定的，考慮 $D(s)$ 為一步階函數（step function），當時間趨近於無限大時，干擾 $D(s)$ 對於輸出的影響為何？（5 分）
- (三) 欲使此二階系統的阻尼比（damping ratio）為 2 時， K 值該如何設計？（10 分）

三、考慮下列之單一回授之控制系統方塊圖，其中 $G(s)$ 之轉移函數為 $\frac{10}{s(s+10)}$ 。



- (一) 給定控制器 $G_c(s)=1$ 以及輸入命令為 $100\sin(10t)$ ，其中 t 表示時間（單位為 sec）。當時間 t 為 24 小時，此控制系統在時域（time domain）的輸出為何？（10 分）
- (二) 給定控制器 $G_c(s)=1$ ，此控制系統開迴路轉移函數之增益交越頻率（gain crossover frequency）與相位邊界（phase margin）各為何？（10 分）
- (三) 給定控制器 $G_c(s)=K_p + K_D s$ ，如欲使此控制系統針對頻率為 10 rad/sec 之弦波輸入（sinusoidal input），其穩態（steady state）輸出之相位落後（phase lag）為 0° ，且穩態輸出輸入振幅（amplitude）比為 1。則此控制器該如何設計？（20 分）