

等 別：三等考試
類 科：資訊處理
科 目：資料結構
考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、請用 Big-O 符號來表示下列函式的成長速率，並說明之：

(一) $T(n) = 3n^3 + 7n^3\sqrt{n} + n^3 \log n$ (5 分)

(二) $T(n) = 2T(n/2) + n^2$ (10 分)

二、常用的算術運算式 (Arithmetic Expression) 有：中序運算式 (Infix Expression)、前序運算式 (Prefix Expression)、後序運算式 (Postfix Expression) 三種表示法，考慮下面的算術運算式 (Arithmetic Expression) 並回答下列問題：

$$((6 \times (5 - 3)) - (1 + 2)) \times (((4 + 2) / 3) + (5 \times 4))$$

(一)請寫出其前序運算式 (Prefix Expression)。(5 分)

(二)請繪出其算術運算樹 (Expression Tree)。(5 分)

(三)請說明如何以此算術運算樹計算出算術運算式的值，並一步一步列出運算過程。(10 分)

三、回顧二元樹結構，其為 m 路樹 (m -ary Trees，亦稱多元樹、 m 元樹) 的一個特例，請回答下列相關問題：

(一)給出 m 路樹的定義。(5 分)

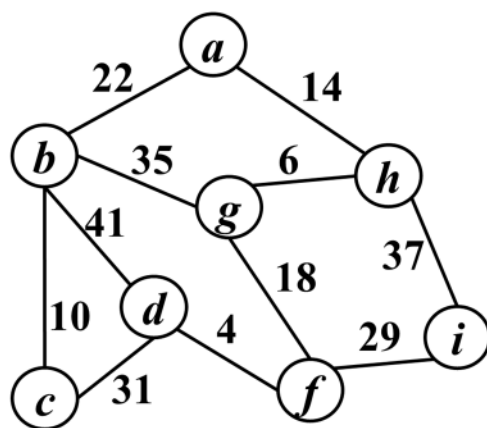
(二)若用陣列來表示一個 m 路樹，請說明如何利用陣列的索引值來表示節點間的親子連結關係 (意即，假設陣列索引起始值為 0，若節點 v 在陣列的第 i 個位置，節點 v 的第 c 個子節點的位置為何？另一方面，節點 v 的 parent 位置為何？)。(10 分)

(三)基於此 m 路樹結構及二元搜尋樹 (Binary Search Tree) 的概念，我們可以定義出一個多元搜尋樹。當 $m=4$ 的時候，可以稱此搜尋樹為四元搜尋樹。請給出 (2,4)-樹 ((2,4)-tree) 的定義並比較與四元搜尋樹的差異。(10 分)

四、二元堆積 (Binary Heap) 是一種優先佇列 (Priority Queue)，主要用來管理具有優先權順序的資料物件，每個資料物件具有一個可以界定大小或前後順序的鍵值 (Key)，我們在此假設鍵值越低的資料物件有越高的優先權。

- (一)請完整描述最小堆積 (Min_Heap) 的定義與相關的操作功能。(5 分)
- (二)請說明堆積排序 (Heap Sort) 的方法並分析其時間複雜度。(5 分)
- (三)若有兩個二元樹 T_1 及 T_2 ，其節點具有堆積特性且高度分別是 $O(\log n)$ 與 $O(\log m)$ ，請提供一個方法將此兩個二元樹結合成為一個節點具有堆積特性的二元樹 T ，此方法的時間須為 $O(\log n + \log m)$ 。(10 分)

五、下圖是一個加權圖 $G=(V, E)$ ，其中 V 是點集合而 E 是邊集合。



- (一)請使用相鄰矩陣 (Adjacency Matrix) 表示法來表示加權圖 G 。(5 分)
- (二)不考慮權重，從節點 g 開始並按照字母順序對 G 進行廣度優先尋訪 (Breadth-First Search, BFS)，請繪出尋訪完後所產生的 BFS 樹 (BFS Tree)。(5 分)
- (三)請利用 Prim's 演算法，從節點 d 起始，找出一個最小擴張樹 (Minimum Spanning tree)，請以圖示方式一步步畫出過程與結果，並說明 Prim's 演算法的時間複雜度。(10 分)