

類 科：地震測報

科 目：地球物理數學概要

考試時間：1 小時 30 分

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、若一複數冪次級數 (complex power series) $f(z)$ 定義如下：

$$f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k (z - z_0)^k \\ = a_0 + a_1(z - z_0) + a_2(z - z_0)^2 + a_3(z - z_0)^3 + \dots + a_n(z - z_0)^n + a_{n+1}(z - z_0)^{n+1} \dots$$

(一)其係數可以 $f(z)$ 本身或其微分式表示的條件為何？(10 分)

(二)以此法得到的級數名稱為何？(5 分)

二、積分 $\int x \ln x dx$ 。(15 分)三、求矩陣 A 之反矩陣 (inverse matrix)。(20 分)

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ -2 & 4 & 2 \\ 3 & -6 & -1 \end{bmatrix}$$

四、已知一遞迴關係 (recurrence relation) 如下：

$$(2n+1)xP_n(x) = (n+1)P_{n+1}(x) + nP_{n-1}(x), \text{ 若 } P_0(x)=1, P_1(x)=x, \text{ 則 } P_4(x) \text{ 為何? (15 分)}$$

五、卡氏座標 (Cartesian coordinates) 之比例因子 (scale factors) 為 $h_x=1, h_y=1, h_z=1$ 。求在卡氏座標中向量 $\vec{V} = \vec{i}V_x + \vec{j}V_y + \vec{k}V_z$ 之散度 (divergence) 一般式 (general expression)。(15 分)六、長度為 25 ns 的數位記錄其採樣間距 (sample interval) 為 0.025 ns ($1 \text{ ns} = 10^{-9} \text{ sec}$)。請計算：

(一)採樣頻率。(3 分)

(二)其 Nyquist frequency。(4 分)

(三)頻率的解析度 (frequency resolution)。(3 分)

七、圓柱座標之比例因子 (scale factors) 為 $h_r=1, h_\theta=r, h_z=1$ 。求在圓柱座標中之梯度運算子 (gradient operator) 之一般式 (general expression)。(10 分)