

大學入學考試中心  
105 學年度指定科目考試試題  
數學乙

—作答注意事項—

考試時間：80 分鐘

作答方式：• 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。

- 非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答案卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
- 未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案；或未使用黑色墨水的筆書寫答案卷，致評閱人員無法辨認機器掃描後之答案者，其後果由考生自行承擔。
- 答案卷每人一張，不得要求增補。

選填題作答說明：選填題的題號是 A，B，C，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是  $\frac{3}{8}$ ，則考生

必須分別在答案卡上的第 18 列的  $\frac{3}{\square}$  與第 19 列的  $\frac{\square}{8}$  畫記，如：

|    |                     |                     |                          |                     |                     |                     |                     |                          |                     |                     |                     |                     |
|----|---------------------|---------------------|--------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|--------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 18 | $\frac{1}{\square}$ | $\frac{2}{\square}$ | $\frac{3}{\blacksquare}$ | $\frac{4}{\square}$ | $\frac{5}{\square}$ | $\frac{6}{\square}$ | $\frac{7}{\square}$ | $\frac{8}{\square}$      | $\frac{9}{\square}$ | $\frac{0}{\square}$ | $\frac{-}{\square}$ | $\frac{+}{\square}$ |
| 19 | $\frac{1}{\square}$ | $\frac{2}{\square}$ | $\frac{3}{\square}$      | $\frac{4}{\square}$ | $\frac{5}{\square}$ | $\frac{6}{\square}$ | $\frac{7}{\square}$ | $\frac{8}{\blacksquare}$ | $\frac{9}{\square}$ | $\frac{0}{\square}$ | $\frac{-}{\square}$ | $\frac{+}{\square}$ |

例：若第 C 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是  $\frac{-7}{50}$  時，則考生必須分別在答案

卡的第 20 列的  $\frac{\square}{50}$  與第 21 列的  $\frac{7}{\square}$  畫記，如：

|    |                     |                     |                     |                     |                     |                     |                          |                     |                     |                     |                          |                     |
|----|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|--------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|--------------------------|---------------------|
| 20 | $\frac{1}{\square}$ | $\frac{2}{\square}$ | $\frac{3}{\square}$ | $\frac{4}{\square}$ | $\frac{5}{\square}$ | $\frac{6}{\square}$ | $\frac{7}{\square}$      | $\frac{8}{\square}$ | $\frac{9}{\square}$ | $\frac{0}{\square}$ | $\frac{-}{\blacksquare}$ | $\frac{+}{\square}$ |
| 21 | $\frac{1}{\square}$ | $\frac{2}{\square}$ | $\frac{3}{\square}$ | $\frac{4}{\square}$ | $\frac{5}{\square}$ | $\frac{6}{\square}$ | $\frac{7}{\blacksquare}$ | $\frac{8}{\square}$ | $\frac{9}{\square}$ | $\frac{0}{\square}$ | $\frac{-}{\square}$      | $\frac{+}{\square}$ |

第壹部分：選擇題（單選題、多選題及選填題共占 76 分）

一、單選題（占 18 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 下列哪一個選項是方程式  $7x^5 - 2x^4 + 14x^3 - 4x^2 + 7x - 2 = 0$  的根？

- (1)  $-1$             (2)  $\frac{1}{7}$             (3)  $-\frac{1}{7}$             (4)  $\frac{2}{7}$             (5)  $-\frac{2}{7}$

2. 考慮有理數  $\frac{n}{m}$ ，其中  $m$ 、 $n$  為正整數且  $1 \leq mn \leq 8$ 。則這樣的數值（例如  $\frac{1}{2}$  與  $\frac{2}{4}$  同值，只算一個）共有幾個？

- (1) 14 個            (2) 15 個            (3) 16 個            (4) 17 個            (5) 18 個

3. 坐標平面上有兩向量  $\vec{u} = (5, 10)$ ,  $\vec{v} = (-4, 2)$ 。請問下列哪一個向量的長度最大？

(1)  $-3\vec{u}$

(2)  $6\vec{v}$

(3)  $-2\vec{u} - 5\vec{v}$

(4)  $2\vec{u} - 5\vec{v}$

(5)  $\vec{u} + 7\vec{v}$

## 二、多選題（占 40 分）

說明：第 4 題至第 8 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

4. 設  $f(x)$  為一未知的實係數多項式，但知道  $f(x)$  除以  $(x-5)(x-6)^2$  的餘式為  $5x^2 + 6x + 7$ 。根據上述所給條件，請選出正確的選項。

(1) 可求出  $f(0)$  之值

(2) 可求出  $f(11)$  之值

(3) 可求出  $f(x)$  除以  $(x-5)^2$  的餘式

(4) 可求出  $f(x)$  除以  $(x-6)^2$  的餘式

(5) 可求出  $f(x)$  除以  $(x-5)(x-6)$  的餘式

5. 甲先生、乙先生、丙先生、丁先生四位男士以及 A 小姐、B 小姐、C 小姐、D 小姐四位女士想要混搭兩部計程車，每車載有四名乘客。已知：

- (一) 甲先生與 A 小姐同車
- (二) 乙先生與 B 小姐同車
- (三) C 小姐與 D 小姐 不同車

請選出正確的選項。

- (1) A 小姐與 D 小姐必 不同車
- (2) 甲先生與 B 小姐必 不同車
- (3) 乙先生與丙先生必同車
- (4) 如果乙先生與丁先生同車，則丙先生與 B 小姐必同車
- (5) 如果 D 小姐與乙先生同車，則 C 小姐與 A 小姐必同車

6. 設  $a=10^{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}$ ， $b=a^{\sqrt{2}}$ 。請選出正確的選項。

- (1)  $1 < a$
- (2)  $a < \sqrt{3}$
- (3)  $a^2 < b^{\sqrt{3}}$
- (4)  $10^{0.4} < b < 10^{0.5}$
- (5)  $(ab)^{\sqrt{2}} < 10$

7. 坐標平面上  $O$  為原點， $P$  點坐標為  $(1,0)$ ，直線  $L$  的方程式為  $x-2y=-4$ 。請選出正確的選項。

- (1) 在直線  $L$  上可以找到一點  $A$ ，滿足向量  $\overrightarrow{OP}$  與  $\overrightarrow{OA}$  平行
- (2) 在直線  $L$  上可以找到一點  $B$ ，滿足向量  $\overrightarrow{OP}$  與  $\overrightarrow{OB}$  垂直
- (3) 在直線  $L$  上可以找到一點  $C$ ，滿足向量  $\overrightarrow{OC}$  與  $\overrightarrow{PC}$  垂直
- (4) 在直線  $L$  上可以找到一點  $D$ ，滿足  $\overline{PD}=2$
- (5) 在直線  $L$  上可以找到一點  $E$ ，滿足  $\triangle EOP$  為等腰三角形

8. 某社區有一千位居民，其個人月所得少於 10,000 元者占 30%，介於 10,000 元及 20,000 元間者占 10%，介於 20,000 元及 40,000 元間者占 30%，介於 40,000 元及 80,000 元間者占 30%。請選出正確的選項。

- (1) 該社區個人月所得的中位數介於 20,000 元及 40,000 元間
- (2) 使用簡單隨機抽樣自該社區中抽出一位居民，其個人月所得在上述的四個區間中，以介於 10,000 元及 20,000 元間的機率最低
- (3) 該社區的個人月所得平均，不可能高過 40,000 元
- (4) 該社區的個人月所得平均，不可能低過該社區的個人月所得中位數
- (5) 若該社區新搬入一位居民，其月所得為 200,000 元，則該社區的個人月所得平均將增加，但增加量不會多過 200 元

### 三、選填題（占 18 分）

說明：第 A 至 C 題為選填題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號 (9-18)。  
每題完全答對給 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 不透明袋中有三顆白球及三顆紅球。從袋中每次取出一球依序置於桌面，每次每顆球被取出的機率相同。全部取出後，前三顆球中有相鄰兩球同為白球的

機率為  $\frac{\textcircled{9}}{\textcircled{10} \textcircled{11}}$ 。(請化為最簡分數)

- B. 設  $x, c$  為實數，方陣  $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & x \end{bmatrix}$ 、 $B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & x \end{bmatrix}$ 。已知  $A$  的反方陣恰好是  $B$  的  $c$  倍

(其中  $c \neq 0$ )，則數對  $(x, c) = (\textcircled{12}, \frac{\textcircled{13}}{\textcircled{14} \textcircled{15}})$ 。(請化為最簡分數)

C. 設  $\langle a_n \rangle$  為一等差數列。已知  $a_2 + a_4 + a_6 = 186$ ， $a_3 + a_7 = 110$ 。令  $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ 。

$$\text{則極限 } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{s_n}{n^2} = \frac{\textcircled{16} \textcircled{17}}{\textcircled{18}} \text{。 (請化為最簡分數)}$$

— — — — — 以下第貳部分的非選擇題，必須作答於答案卷 — — — — —

### 第貳部分：非選擇題（占 24 分）

說明：本部分共有二大題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明大題號(一、二)與子題號((1)、(2))，同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚至零分。作答務必使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。每一子題配分標於題末。

一、設隨機變數  $X$  表示投擲一不公正骰子出現的點數， $P(X = k)$  表示隨機變數  $X$  取值為  $k$  的機率。已知  $X$  的機率分布如下表：(  $x, y$  為未知常數 )

| $k$        | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   |
|------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $P(X = k)$ | $x$ | $y$ | $y$ | $x$ | $y$ | $y$ |

又知  $X$  的期望值等於 3。

(1) 試求  $x, y$  之值。( 6 分 )

(2) 投擲此骰子兩次，試求點數和為 3 的機率。( 6 分 )

- 二、某農業公司計畫向政府承租一筆平地和一筆山坡地，分別種植平地作物  $A$  和山坡地作物  $B$ 。已知平地每一單位面積的年租金是 30 萬元，山坡地每一單位面積的年租金是 20 萬元；公司一年能夠提供土地租金的上限是 80 萬元。平地作物  $A$  的種植成本每單位面積一年是 40 萬元，山坡地作物  $B$  的種植成本每單位面積一年是 50 萬元；公司一年能夠提供種植成本的上限是 130 萬元。每年收成後，作物  $A$  每單位面積的利潤是 120 萬元，作物  $B$  每單位面積的利潤是 90 萬元。請問公司一年應租平地和山坡地各多少單位面積，收成後可以獲得最大利潤？又此時的最大利潤為何？（12 分）
- （註：所租土地的面積並不限制一定要是整數單位。）