

類 科：工業工程

科 目：作業研究

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目得以本國文字或英文作答。

一、下列線性規劃模型：

$$\text{Maximize } Z = 2x_1 + 7x_2 - 3x_3$$

subject to

$$x_1 + 3x_2 + 4x_3 \leq 30$$

$$x_1 + 4x_2 - x_3 \leq 10$$

and

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

令 x_4 and x_5 為兩限制式的差額變數 (slack variable)。

(一)以簡捷法 (Simplex method) 的表格型 (in tableau form) 求最佳解。(8 分)

依照(一)題所得到的最佳解，進行(二)至(五)四種敏感度分析。

分別各自進行下列(二)至(五)四種敏感度分析 (sensitivity analysis)。依據每一題的改變情況，不要重解題目，而是依照(一)題所得到的最佳解，直接進行「敏感度分析的步驟」。檢驗經此改變(一)題所得到的最佳解是否仍是具有可行性 (feasibility) 及最佳解 (optimality)。如果不是，求新的最佳解。

(二)不等式右邊的值改為 $\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40 \\ 15 \end{bmatrix}$ (8 分)

(三) x_3 欄的數據變更為 $\begin{bmatrix} c_3 \\ a_{13} \\ a_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ (8 分)

(四)新增加一決策變數 x_6 ，該欄的數據為 $\begin{bmatrix} c_6 \\ a_{16} \\ a_{26} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ (8 分)

(五)目標式的數據變更為 $Z = 2x_1 + 5x_2 + 2x_3$ (8 分)

二、ABC 航空公司正考慮增購新的長程、中程與短程客機。三型飛機每架的價格分別為 67、50、35 千萬元。董事會提供 15 億元的預算，不論購買那一型，它的航程能力都能滿足需求。扣除各項支出成本，三型飛機每架的淨利潤預估分別為 4.2、3、2.3 千萬元。

如果增購 30 架新機時，現有的機師仍足敷執行任務。如果只買短程客機，公司現有的維修能力可負擔 40 架的維修。而每架中程客機需要的維修量，約為短程客機的一又三分之一倍。每架長程客機需要的維修量，約為短程客機的一又三分之二倍。

以上是基本的分析資訊，需進一步細部的分析。根據以上的資料，公司欲知三型客機應各買幾架？使得其獲利最高。你建立整數規劃模型。

(一)定義每一決策變數。(6 分)

(二)定義目標式與每一限制式。(15 分)

三、ABC 公司的勞資雙方，正協商新的「勞動規約」增加時薪。勞資雙方分別提出「最終的」時薪增加值為 \$11 及 \$16，勞資雙方陷入僵局了。勞資雙方同意由仲裁人在 \$11 及 \$16 之間決定增加時薪的值，含 \$11 及 \$16。仲裁人要求勞資雙方各行提出一公平的且又合理的增加時薪的值，以「元」整數為計算單位。勞資雙方依據經驗，此仲裁人往往接受讓步較多的一方所提的方案。如果(1)勞資雙方均不變更其所設定的「最終的」加薪底線，或是(2)雙方讓步的值相等，此時，仲裁人則以雙方所提出的「最終的」值的中間值做為加薪後的值，即為 $(\$11 + \$16) / 2 = \$13.5$ 。請你利用「兩人賽局，零和遊戲」(two persons, zero-sum)的賽局理論 (game theory)，建立此問題的清償矩陣 (payoff matrix)，來分析勞資雙方加薪的方案，使得各自最為有利。(24 分)

【計分方式：矩陣中的每格資訊得分均等。】

四、下列為馬可夫鍊 (Markov chain) 各狀態 (state) 一次性轉換的矩陣 (transition matrix)。

(一)這些狀態可分為那幾個分類 (class) ? (10 分)

(二)判定每個分類屬於中轉 (transit) 或重現 (recurrent) ? (5 分)

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} state & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1/4 & 3/4 & 0 & 0 & 0 \\ 3/4 & 1/4 & 0 & 0 & 0 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3/4 & 1/4 \\ 0 & 0 & 0 & 1/4 & 3/4 \end{bmatrix} \end{matrix}$$