

等 別：三等考試
類 科：統計
科 目：統計學
考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

- 一、設 X_1 、 X_2 、 X_3 為互相獨立的標準常態隨機變數。令 $Y_1 = (X_1 - X_2) / \sqrt{2}$ ， $Y_2 = (X_1 + X_2 - 2X_3) / \sqrt{6}$ 與 $Y_3 = (X_1 + X_2 + X_3) / \sqrt{3}$ 。試求：
- (一) Y_1 、 Y_2 、 Y_3 是否分別具有相同的機率密度函數，須完整求出各自的機率密度函數。(15 分)
- (二) 求 Y_1 、 Y_2 和 Y_3 之聯合分配函數。(10 分)

- 二、令 $X_1, \dots, X_n$ 為抽取自 $f(x; \theta) = \theta e^{-\theta x}$ ， $x > 0$ 之隨機樣本。求下列參數的齊一最小變異不偏估計 (Uniformly Min. Variance Unbiased Estimator)：

(一) θ 。(10 分)

(二) $\frac{1}{\theta}$ 。(15 分)

- 三、某公司須從三種退休計畫方案選擇一種方案。該公司想研究的問題為：喜愛那一種方案的員工與其工作性質有無關係？經調查得結果如下表所列，令 p_{ij} 為第 i 種方案受第 j 類員工喜愛的母體比例， $i = 1, 2, 3$ ， $j = 1, 2, 3, 4$ 。

	觀察個數			
	方案 1	方案 2	方案 3	總和
第 1 類員工	160	30	10	200
第 2 類員工	140	40	20	200
第 3 類員工	80	10	10	100
第 4 類員工	70	20	10	100
合 計	450	100	50	600

(一) 試以 p_{ij} 陳述虛無與對立假設 (H_0 和 H_1)。(8 分)

(二) 試執行本題的檢定 (含檢定統計量、棄卻域及結論)，令顯著水準 $\alpha = 0.05$ 。(17 分)

$$\chi^2_{0.05, 8} = 15.51, \chi^2_{0.05, 6} = 12.5916, \chi^2_{0.05, 4} = 9.4877$$

$$\chi^2_{0.025, 8} = 17.5346, \chi^2_{0.025, 6} = 14.4494, \chi^2_{0.025, 4} = 11.1433$$

四、一家消費者雜誌想要比較三個不同品牌的手電筒電池的壽命。該雜誌對三個不同品牌的電池抽取獨立隨機樣本，得出以下使用壽命（以小時為單位）。

Brand A	Brand B	Brand C
38	32	24
36	27	25
31	28	29
42		26
29		

(一)檢定此三個品牌的手電筒電池的平均壽命是否有差異？須列出虛無與對立假設、建構變方分析表（ANOVA table）、棄卻域和結論。（令顯著水準 $\alpha = 0.05$ ）（10分）

$$f_{0.05,3,9} = 3.8625, f_{0.05,3,10} = 3.7083, f_{0.05,3,11} = 3.5874$$

$$f_{0.05,2,9} = 4.2565, f_{0.05,2,10} = 4.1028, f_{0.05,2,11} = 3.9823$$

(二)試以顯著水準 $\alpha = 0.05$ ，執行 Tukey 的多重全距檢定（Tukey's multiple range test），比較三個不同品牌的手電筒電池的平均壽命。須列出 Tukey 多重全距檢定的信賴區間公式，計算三對平均差之 Tukey 全距信賴區間，最後做結論。（15分）

$$q_{0.05,2,12} = 3.08, q_{0.05,2,11} = 3.11, q_{0.05,2,10} = 3.15, q_{0.05,2,9} = 3.20$$

$$q_{0.05,3,12} = 3.77, q_{0.05,3,11} = 3.82, q_{0.05,3,10} = 3.88, q_{0.05,3,9} = 3.95$$