

等 別：高等考試

類 科：水利工程技師

科 目：流體力學

考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

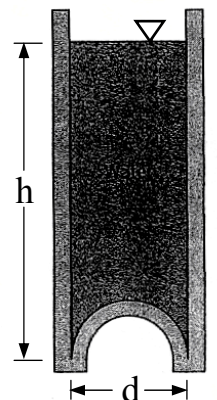
(三)本試題之相關公式、物理常數、符號意義及設計參數未提及時，請自行合理推斷與假設。

一、圖一顯示一個直徑為 d 、半球形底座的垂直圓柱容器。容器裝著密度為 ρ ，深度為 h 之水。請回答下列問題：

(一)決定作用在半球形底座之作用力的合力大小、方向、作用點。(9分)

(二)當容器以一定加速度 a 向上移動時，計算如(一)所問的問題。提示：流體剛性移動 (rigid-body-translation) 的靜力方程式 (hydrostatic equation) 為 $\nabla p = \rho \bar{g} - \rho \bar{a}$; $\bar{g} = -g\bar{k}$, $\bar{a} = a\bar{k}$ 。(8分)

(三)不同於(二)，現在容器以圓柱中心為軸，作一定角速度 ω 旋轉。計算如(一)所問之問題。提示：流體剛性旋轉 (rigid-body-rotation) 的靜力方程式為 $\nabla p = \rho \bar{g} - \rho \bar{a}$; $\bar{g} = -g\bar{k}$, $\bar{a} = (\omega\bar{k}) \times [(\omega\bar{k}) \times (r\bar{e}_r)]$ 。(8分)



圖一

二、一銳緣閘門 (sluice gate) 置於一寬度為 b 的水平渠道如圖二所示。水的密度為 ρ ，向下的重力加速度為 g ，其他符號如圖二所示。流況為恆定 (steady) 狀態，選擇控制體 (control volume) 為斷面 0 至斷面 1 之間的水體。請回答下列問題：

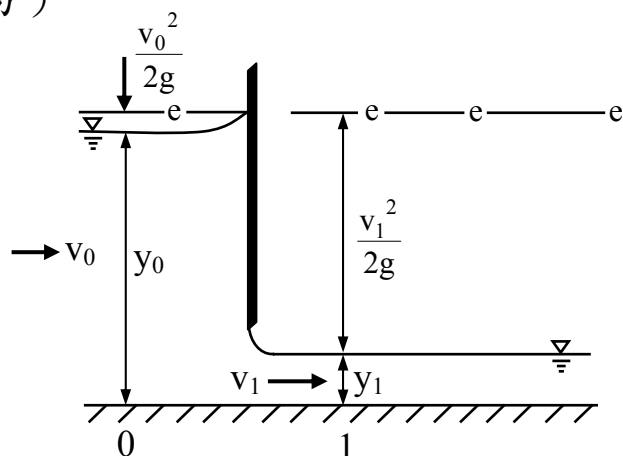
(一)在速度為常數，即均勻流 (uniform flow) 的假設下，求出 v_0/v_1 ，並說明所根據的守恆律 (conservation law)。(6分)

(二)若水面壓力為零，求出斷面 0 及斷面 1 之壓力分佈 $p_0(y)$, $p_1(y)$ 。提示：總能量水頭 (total energy head) 沒有損失。(6分)

(三)說明使用的守恆律，並據以算出

$$v_1 = \sqrt{\frac{2g(y_0 - y_1)}{1 - \left(\frac{y_1}{y_0}\right)^2}} \quad (\text{即當 } y_1 \ll y_0, \quad v_1 = \sqrt{2g(y_0 - y_1)}) \quad (7 \text{ 分})$$

(四)最後，假設底床沒有阻力，說明使用的守恆律，並據以算出閘門作用於水的作用力大小及方向。(6分)



圖二

(請接背面)

等 別：高等考試

類 科：水利工程技師

科 目：流體力學

三、有一二維流場 (two-dimensional flow)，其流速為 $u = Ax$ ， $v = -Ay$ ，其中 x 、 y 為卡氏座標 (Cartesian coordinates)， A 是因次為時間倒數的常數， u 、 v 分別是在 x 、 y 方向的速度分量 (velocity components)。請回答下列問題：

(一) 計算此流場之加速度 (acceleration)。(4 分)

(二) 此流場是否為不可壓縮 (incompressible)？為什麼？(3 分)

(三) 此流場是否可定義流函數 (stream function) Ψ ？為什麼？(4 分)

(四) 若能定義流函數 Ψ ，則 Ψ 為何？(3 分)

(五) 此流場是否可定義流勢函數 (velocity potential function) Φ ？為什麼？(4 分)

(六) 若能定義流勢函數 Φ ，則 Φ 為何？(3 分)

(七) 在忽略靜壓 (static pressure) 的條件下，計算此流場之動壓 (dynamic pressure) p 。(4 分)

四、納維爾-斯托克斯方程式 (Navier-Stokes equations) 為

$$\nabla \cdot \bar{u} = 0,$$

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \cdot \nabla \bar{u} \right) = -\nabla p + \rho \bar{g} + \mu \nabla^2 \bar{u}.$$

今有一二維 (two-dimensional)，底床無滑移 (no-slip)，恆定 (steady)，完全發展 (fully developed)，緩慢流動之漫地流 (overland flow) 如圖三所示。此漫地流之水深為 d ，斜坡與水平成 θ 夾角，水面無波，但承受 τ_w 的風剪力 (wind shear)。請回答下列問題：

(一) 利用上述條件，按部就班，清楚地解釋如何化簡納維爾-斯托克斯方程式，以獲得流速 u 與壓力 p 的最簡化控制方程式 (governing equations) 如下：(7 分)

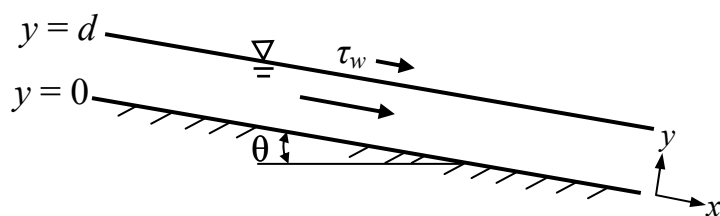
$$0 = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho g \sin \theta + \mu \frac{d^2 u}{dy^2}$$

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial y} - \rho g \cos \theta$$

(二) 已知水底 ($y=0$) 之 u 的邊界條件為 $u=0$ ，請寫出水面 ($y=d$) 之 u 與 p 的邊界條件。(6 分)

(三) 詳述推導過程，以求解壓力 p 。(6 分)

(四) 詳述推導過程，以求解流速 u 。(6 分)



圖三