

類 科：電信工程
科 目：通信與系統
考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器，須詳列解答過程。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、利用傅立葉級數 (Fourier Series) 分析以下之週期性訊號：

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s)$$

(一)證明對任意訊號 $x(t)$ 及任意 T_s ，以下的等式成立。(15 分)

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(t - nT_s) = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X\left(\frac{n}{T_s}\right) e^{jn\frac{2\pi t}{T_s}}$$

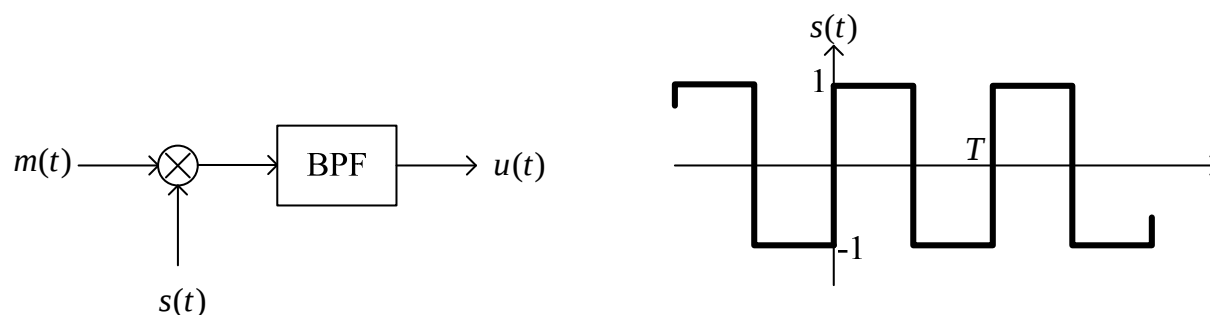
(二)由(一)之結果證明以下的等式成立。(5 分)

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_s) = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X\left(\frac{n}{T_s}\right)$$

二、一個 DSB-SC AM 訊號之產生如圖一所示。先將訊息訊號 $m(t)$ 乘上如圖一所示之方波 $s(t)$ ，再經過一個帶通濾波器得到最後訊號 $u(t)$ 。假設帶通濾波器是一理想帶通濾波器，其中心頻率為 $f_c = 1/T$ ，帶通增益為 1，頻寬為 $2W$ ，其中 W 為訊息訊號 $m(t)$ 之頻寬。(每小題 10 分，共 20 分)

(一)算出 $s(t)$ 之傅立葉級數。

(二)算出 $u(t)$ 。



圖一

三、考慮以下訊號：(每小題 10 分，共 20 分)

$$s(t) = \begin{cases} \frac{A}{T}t, & 0 \leq t \leq T \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

(一)算出該訊號之匹配濾波器 (matched filter) 之脈衝響應 (impulse response)，並畫出該脈衝響應。

(二)當輸入為 $s(t)$ 時，算出匹配濾波器在 $t = T$ 之輸出。

(請接背面)

類 科：電信工程
科 目：通信與系統

四、假設一個二位元通訊系統使用以下的訊號進行通訊：

$$\begin{aligned}s_0(t) &= 0, & 0 \leq t < T \\ s_1(t) &= A, & 0 \leq t < T\end{aligned}$$

此訊號一般稱之為開關訊號 (on-off signaling)。當位元訊息為 0 時，則送出 $s_0(t)$ ；當位元訊息為 1 時，則送出 $s_1(t)$ 。接收訊號可表示為：

$$r(t) = \begin{cases} n(t) & \text{if } s_0(t) \text{ was transmitted} \\ A + n(t) & \text{if } s_1(t) \text{ was transmitted} \end{cases}$$

其中 $n(t)$ 為白色高斯雜訊 (white Gaussian noise) 功率頻譜密度為 $N_0/2$ 。一般可使用相關器 (correlator) 算出：

$$r = \int_0^T r(t) \bar{s}_1(t) dt$$

其中 $\bar{s}_1(t) = s_1(t)/(A\sqrt{T})$ 。並利用 r 與一閾值 (threshold) λ 比較，若 $r < \lambda$ 則代表傳送端送 0，若 $r > \lambda$ 則代表傳送端送 1。(每小題 10 分，共 20 分)

- (一) 假設 $s_0(t)$ 及 $s_1(t)$ 發生的機率分別為 p 及 $1-p$ 。使用相關器 (correlator)，畫出最佳解調器方塊圖，並決定最佳之閾值 λ 。
- (二) 此系統之錯誤機率與訊號雜訊比 (signal-to-noise ratio, SNR) 有關。假設 $p = 0.5$ ，請算出其錯誤機率與訊號雜訊比之函數。

五、一個通道 (channel) 可表示為條件機率 $P(Y=y|X=x)$ ，其中 X 代表通道輸入隨機變數， Y 代表通道輸出隨機變數。一個二位元對稱通道 (binary symmetric channel, BSC) 可完全由一個參數 p 表示。用條件機率表示如下：(每小題 10 分，共 20 分)

$$\begin{aligned}P(Y=0|X=0) &= 1-p \\ P(Y=0|X=1) &= p \\ P(Y=1|X=0) &= p \\ P(Y=1|X=1) &= 1-p\end{aligned}$$

- (一) 此通道之通道容量 (channel capacity) 為多少位元？
- (二) 考慮通道編碼 (channel coding) 使用長度為 3 的重複碼 (repetition code)，也就是使用碼字集合為 $C = \{[0,0,0], [1,1,1]\}$ 在 BSC 上進行傳輸。若 BSC 之參數 $p = 0.6$ ，且接收端知道參數 p 。若接收向量為 $[1,1,0]$ ，求最大相似 (maximum likelihood, ML) 碼字 (須有完整推導過程)。