

類 科：核子工程

科 目：原子物理

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、(一)考慮一個原子序為 Z 的類氫原子。如果 $Z \gg 1$ ，依據相對論能量公式，證明其束縛電子的動能 K 近似於 pc ，其中 p 是電子動量， c 是光速。(5 分)

(二)依據德布羅意 (de Broglie) 物質波概念，證明電子的動能 K 可寫為 $hc/(2\pi r)$ ，其中 r 為電子繞原子核運動的半徑、 h 是普郎克常數。(5 分)

(三)如果電子運動的半徑 r 很小，證明電子的總能量 E 可寫為

$$E(r) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{(\alpha^{-1} - Z)}{r}, \text{ 其中 } \alpha = e^2 / (2\epsilon_0 hc) \approx 1/137.036 \text{ 是精細結構常數。 (10 分)}$$

(四)說明此一類氫原子具有束縛態的條件。(5 分)

二、最常見的碳同位素為 ^{12}C ，其原子的質量被定義為 12 u。已知 ^{12}C 由 6 個中子 (neutron)、6 個質子 (proton) 及 6 個電子 (electron) 構成，試計算一莫爾 ^{12}C 原子之核子束縛能 (Nuclear Binding Energy)。〔中子、質子與電子的質量分別為 1.008665 u、1.007276 u 與 0.0005486 u，一莫爾 (mole) 約為 6.02214×10^{23} 個， $1\text{u} = 1.6605 \times 10^{-27} \text{kg}$ 。〕(25 分)

三、(一)依據玻爾 (Bohr) 的原子模型，並考慮約化質量 (Reduced Mass) 效應，推導原子序為 Z 之類氫原子的雷德堡公式 (Rydberg formula)。(15 分)

(二)計算氫原子 (H) 及一價氦離子 (He^+) 的雷德堡常數。氫核為質子，其質量為 $1.6726 \times 10^{-27} \text{kg}$ 。氦核為 α 粒子，其質量為 $6.6447 \times 10^{-27} \text{kg}$ 。(10 分)

四、(一)考慮一多電子原子系統，若其基態電子組態是由填滿的次殼層 (Subshell) 所組成。證明其基態以光譜符號 (Spectroscopic Notation) 表示為 $^1\text{S}_0$ 原子狀態。(15 分)

(二)一單價多電子原子的基態為一完全填滿的內殼層，而其最外殼層內有一個 d 電子。其可能的原子狀態為何？以光譜符號表示。(10 分)

電子質量 $m = 9.10938215 \times 10^{-31} \text{kg}$

電子電量 $e = 1.602176487 \times 10^{-19} \text{C}$

正電子質量 = 電子質量 m

真空光速 $c = 299792458 \text{m s}^{-1}$

普郎克常數 $h = 6.62606896 \times 10^{-34} \text{J s}$

真空介電係數 $\epsilon_0 = 8.854187817 \times 10^{-12} \text{C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2$

$\pi = 3.141592654$

電子伏特 $\text{eV} = 1.602176487 \times 10^{-19} \text{J}$