

等 別： 高考二級

類 科： 工業工程

科 目： 作業研究（包括線性規劃與等候理論）

考試時間： 2 小時

座號： _____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)請以黑色鋼筆或原子筆在申論試卷上作答。

一、一公司是世界上主要的醫療器材公司，其生產之主要產品需要 10 道生產程序。其中第一、第五，以及第九道程序會產生嚴重的污染，污染物中主要有 4 種污染物質，即是有機物質、無機物質、微粒子與微生物。新標準規定公司每年需要減少污染排放量（萬磅）如下表所示：

有機物質	無機物質	微粒子	微生物
50	100	125	40

管理階層想要找出最經濟的方法，以達到減量標準。技術人員認為最有效的減污方法是(一)加裝吸附器；(二)加裝分離膜；(三)增加分解物。各種減污方法在運用其最大產能的情形下，能夠減少各類型污染物的量（以每年萬磅計）如下所示：

污 染 物	加裝吸附器			加裝分離膜			增加分解物		
	程序一	程序五	程序九	程序一	程序五	程序九	程序一	程序五	程序九
有機物質	12	7	8	10	5	9	17	13	11
無機物質	25	12	18	17	15	20	14	19	16
微粒子	18	20	12	14	25	33	18	22	19
微生物	8	7	5	6	8	10	6	7	5

依據公司的估算，各減污法最大產能的年度總成本預估值（以百萬計）於下表所示：

減污法	程序一	程序五	程序九
加裝吸附器	8	10	5
加裝分離膜	7	6	3
增加分解物	11	9	4

技術人員欲決定各程序使用各種減污法的比例，使得在滿足減少污染物排放的規定下，使總成本為最小。

定義此問題的變數，並建立線性規劃模式（不要求解）。（25 分）

二、以單形法（Simplex Method）求解下列模式。（25 分）

$$\text{Max} \quad 2x_1 - x_2 + x_3$$

$$\text{受限於} \quad 3x_1 + x_2 + x_3 \leq 6$$

$$x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 1$$

$$x_1 + x_2 - x_3 \leq 2$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

（請接背面）

等 別： 高考二級
類 科： 工業工程
科 目： 作業研究（包括線性規劃與等候理論）

三、考慮下列二次規劃的問題：

$$\text{Max } f(x) = 8x_1 - x_1^2 + 4x_2 - x_2^2$$

$$\text{受限於 } x_1 + x_2 \leq 2$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

(一)以 Karush-Kuhn-Tucker 條件（KKT 條件）推導一個最佳解。（15 分）

(二)現在假設要用修訂單形法解這問題，建構要求解的線性規劃問題，然後辨認這演算法自動會成立的額外互補性限制式。（10 分）

四、某小型醫院急診室有兩位醫師可同時為兩位病人醫療。若兩位醫師都忙碌時，病人必須等候，基於空間與設備限制，急診室只能容納兩位病人等候，並採取先到先醫療的方式。若等候人數已達兩人，後續到達的病人就會離去。假設病人到達的間隔時間互相獨立且服從到達率為 3（人/小時）的指數分配，一位病患的醫療時間亦服從指數分配，期望值為 0.5 小時。

(一)計算急診室中沒有病人、有一位病人、有兩位病人、有三位病人及有四位病人的機率各是多少？（10 分）

(二)急診室中病人數的期望值是多少？（5 分）

(三)平均一位病人必須等候多久才能接受醫療？（5 分）

(四)流失顧客（病人）的機率是多少？（5 分）