

108 學年度指定科目考試 數學乙考科非選擇題參考答案

數學乙的題型有選擇、選填與非選擇題。非選擇題主要評量考生是否能夠清楚表達推理過程，答題時應將推理或解題過程說明清楚，且得到正確答案，方可得到滿分。如果計算錯誤，則酌給部分分數。如果只有答案對，但觀念錯誤，或過程不合理，則無法得到分數。

數學科非選擇題的解法通常不只一種，在此提供多數考生可能採用的解法以供各界參考。關於較詳細的考生解題錯誤概念或解法，請參見本中心將於 8 月 15 日出刊的《選才電子報》。

108 學年度指定科目考試數學乙考科非選擇題各大題的參考答案說明如下：

第一題

第(1)小題

解法一

由向量分解得 $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OD} = 3\overrightarrow{OA} - 3\overrightarrow{OB} = 3\overrightarrow{BA} = (-9, 12)$

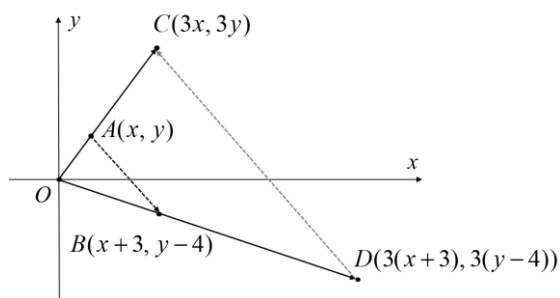
解法二

由題意知 $\frac{OC}{OA} = \frac{OD}{OB} = 3$ ，即可得 $\triangle OAB \sim \triangle OCD$ 。因此直線 $\overline{CD}$ 平行直線 $\overline{AB}$ 且

$\overline{CD} = 3\overline{AB}$ ，故 $\overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{BA} = (-9, 12)$

解法三

設 A 點的坐標為 (x, y) ，如下圖：



計算各點坐標，得

$C(3x, 3y), D(3(x+3), 3(y-4))$

因此 $\overrightarrow{DC} = (3(x+3), 3(y-4)) - (3x, 3y) = (-9, 12)$

第(2)小題

解法一

因為 $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = (4, -2)$ ，由向量 $\overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OA}$ ， $\overrightarrow{OD} = 3\overrightarrow{OB}$ 可得

$$\overrightarrow{OC} = (3, 6)、\overrightarrow{OD} = (12, -6)，因此 \Delta OCD 的面積 = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 3 & 6 \\ 12 & -6 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} |3 \times (-6) - 6 \times 12| = 45$$

解法二

因為 $\overrightarrow{AO} = -\overrightarrow{OA} = (-1, -2)$ 、 $\overrightarrow{AB} = (3, -4)$ ，

$$\text{所以 } \Delta OAB \text{ 的面積} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} |(-1) \times (-4) - (-2) \times 3| = 5$$

由題意 $\overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OA}$ ， $\overrightarrow{OD} = 3\overrightarrow{OB}$ 可得 ΔOCD 的面積 $= 3 \times 3 \times \Delta OAB$ 的面積

因此， ΔOCD 的面積 $= 45$

解法三

因為 $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = (4, -2)$ ，得 $\overrightarrow{OD} = 3\overrightarrow{OB} = (12, -6)$ ，因此

$$\Delta OAD \text{ 的面積} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 12 & -6 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} |1 \times (-6) - 2 \times 12| = 15$$

由題意 $\overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OA}$ 可得 ΔOCD 的面積 $= 3 \times \Delta OAD$ 的面積

因此， ΔOCD 的面積 $= 45$

解法四

因為 $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = (4, -2)$ 、 $\overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OA} = (3, 6)$ ，因此

$$\Delta OBC \text{ 的面積} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} |4 \times 6 - (-2) \times 3| = 15$$

由題意 $\overrightarrow{OD} = 3\overrightarrow{OB}$ 可得 ΔOCD 的面積 $= 3 \times \Delta OBC$ 的面積

因此， ΔOCD 的面積 $= 45$

第二題

第(1)小題

設運輸公司訂購 x 輛重機和 y 輛汽車，其中 x, y 為非負整數。因此

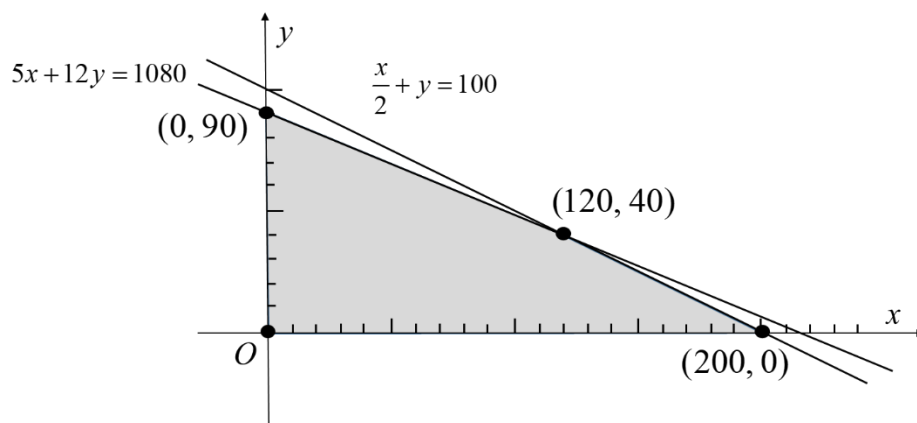
1. 不等式：
$$\begin{cases} \frac{x}{2} + y \leq 100 \\ 250000x + 600000y \leq 54000000 \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} x + 2y \leq 200 \\ 5x + 12y \leq 1080 \end{cases}$$

2. 目標函數： $23000x + 50000y$

第(2)小題

根據第(1)小題的不等式，在坐標平面畫出可行解區域如下：

(x, y 應為斜線區域 (含邊界) 中的格子點)



第(3)小題

(一) 頂點法：

1. 由題意解得可行解區域的四個頂點為 $(0,0)$ 和 $(200,0)$ 、 $(120,40)$ 、 $(0,90)$
2. 將可行解區域的頂點代入正確目標函數，並寫出對應的正確數值。或者，列表寫出其對應的目標函數值。

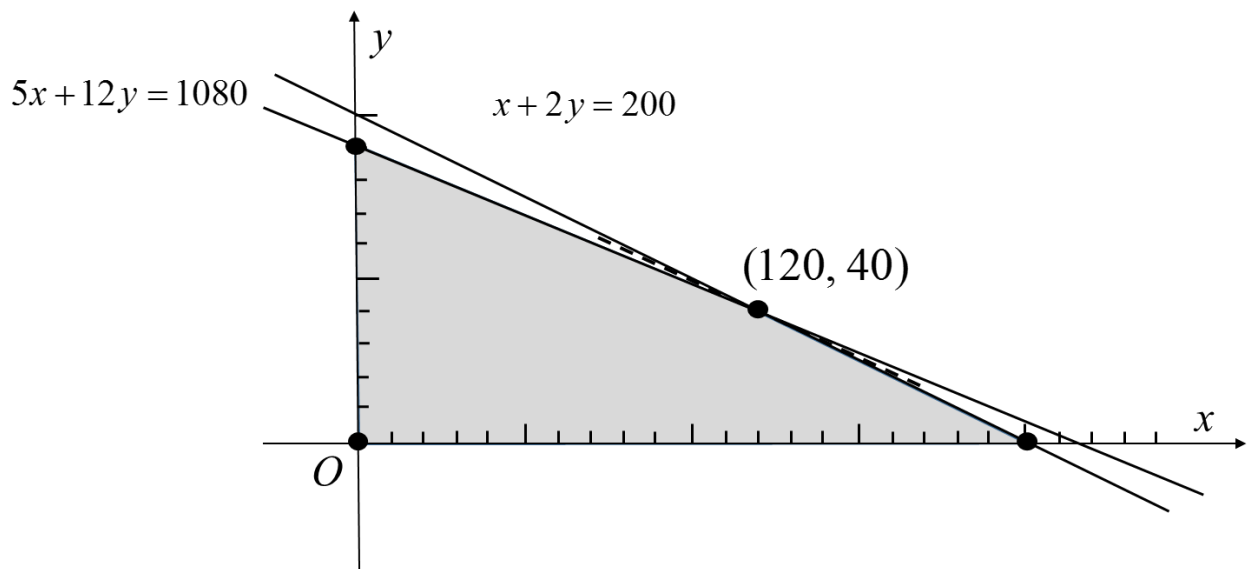
(x, y)	$(0, 0)$	$(200, 0)$	$(120, 40)$	$(0, 90)$
$2.3x + 5y$	0	460	476	450

3. 故運輸公司訂購 120 輛重機和 40 輛汽車可得最大利潤 476 萬元

(二) 平行線法：

1. 根據第(2)小題的可行解區域，且輔以下列理由之一的解題說明。

(1) 畫出一條過 $(120, 40)$ 的直線，而且與直線 $2.3x + 5y = k$ 平行，如下圖。



(2) 直線 $2.3x + 5y = k$ 的斜率 $-\frac{23}{50}$ 介於 $-\frac{1}{2}$ 與 $-\frac{5}{12}$ 之間（或 $-\frac{1}{2} < -\frac{23}{50} < -\frac{5}{12}$ ）。

2. 故運輸公司訂購 120 輛重機和 40 輛汽車可得最大利潤 476 萬元