

代號：34070  
34170  
頁次：3-1

# 108年特種考試地方政府公務人員考試試題

等 別：三等考試  
類 科：電力工程、電子工程  
科 目：工程數學  
考試時間：2 小時

座號：\_\_\_\_\_

※注意：禁止使用電子計算器。

甲、申論題部分：(50 分)

- (一)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在申論試卷上，於本試題上作答者，不予計分。
- (二)請以藍、黑色鋼筆或原子筆在申論試卷上作答。
- (三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、求通解 (general solution) 為  $c_1e^x + c_2xe^x + x^2e^x$  的二次微分方程式，其中  $c_1$  及  $c_2$  為任意常數。(10 分)

二、求週期為  $2T$  的函數， $f(x) = \begin{cases} \cos(\pi x / T), & 0 \leq x < T \\ 0, & T \leq x < 2T \end{cases}$ ，且  $f(x+2T) = f(x)$

拉普拉斯轉換 (Laplace transform)。(15 分)

三、若  $\cos(3+ i2) = a + ib$ ，求  $a$  及  $b$ 。(5 分)

四、求  $\oint_{\gamma} \frac{z}{(z+2)(z-4i)} dz$ ，其中  $\gamma$  為  $|z|=5$  的圓。(10 分)

五、 $A = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 4 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$  及  $B = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 7 \end{bmatrix}$ ，求  $x$ ，使得  $\|Ax - B\|$  最小 (least square solution)。(10 分)

乙、測驗題部分：(50 分)

代號：7340

- (一)本測驗試題為單一選擇題，請選出一個正確或最適當的答案，複選作答者，該題不予計分。
- (二)共 20 題，每題 2.5 分，須用 2B 鉛筆在試卡上依題號清楚劃記，於本試題或申論試卷上作答者，不予計分。

1 令  $u = i-j-k$ ； $v = -3i+4j+6k$ ； $w = -2i-4j+2k$ ，則由  $u$ ， $v$  及  $w$  所形成的平行立方體 (parallelepiped) 體積為何？

(A) 9

(B)  $9\sqrt{2}$

(C) 18

(D)  $18\sqrt{2}$

2.  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ -2 & -2 & 3 \end{bmatrix}$ ，試問  $\forall x \in \mathbb{R}^3$ ， $\frac{x^T A x}{x^T x}$  之最大值為何？  
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
3. 令矩陣  $A = \begin{bmatrix} 5 & 10 & -10 \\ 10 & 5 & -20 \\ 5 & -5 & -10 \end{bmatrix}$ ， $P = \begin{bmatrix} a & b & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & c \end{bmatrix}$ ，且  $P^{-1}AP = D$ ，其中  $D$  為一  $3 \times 3$  對角矩陣 (diagonal matrix)，下列敘述何者正確？  
(A)  $a + b + c = 5$  (B)  $a \times b \times c = 4$  (C)  $a - b - c = 0$  (D)  $\frac{a \times b}{c} = 1$
4. 已知  $A$  為  $m \times n$  矩陣且  $\text{rank}(A) = r$ ，下列敘述何者正確？  
(A)  $Ax = 0$  的解空間 (solution space) 維度 (dimension) 為  $m - r$   
(B) 若  $m = n = r$  且  $x$  為  $n \times 1$  未知矩陣，則  $Ax = 0$  存在唯一解  
(C) 若  $m = n = r$ ，則  $A$  的列向量 (row vector) 彼此間都是線性相依 (linear independent)  
(D) 若  $m > n > r$ ，則  $A$  的列向量 (row vector) 彼此間都是線性獨立 (linear dependent)
5. 求矩陣  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$  有幾個線性獨立之特徵向量？  
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
6.  $A = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ ，令  $e^A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ ，則  $a_{11} + a_{22} = ?$   
(A)  $e - e^2$  (B)  $e + e^2$  (C)  $-e + e^2$  (D)  $2e - e^2$
7. 下列何者為  $(-64)^{\frac{1}{4}}$  的複數根？  
(A)  $-1 - i$  (B)  $-2 - i$  (C)  $-1 - 2i$  (D)  $-2 - 2i$
8.  $\ln(1 - i\sqrt{3}) = ?$   
(A)  $2 + i\left(-\frac{\pi}{3} + 2n\pi\right)$ ，其中  $n$  為任意整數 (B)  $2 + i\left(-\frac{\pi}{6} + 2n\pi\right)$ ，其中  $n$  為任意整數  
(C)  $2 + i\left(\frac{2\pi}{3} + 2n\pi\right)$ ，其中  $n$  為任意整數 (D)  $2 + i\left(\frac{5\pi}{6} + 2n\pi\right)$ ，其中  $n$  為任意整數
9. 求  $\int_{\varphi} z^2 dz$ ，沿著路徑  $\varphi = t + it$ ， $0 \leq t \leq 2$  積分之值：  
(A)  $\frac{32}{3}(i - 1)$  (B)  $\frac{16}{3}(i - 1)$  (C)  $\frac{8}{3}(i - 1)$  (D)  $\frac{4}{3}(i - 1)$
10. 假設  $f(z) = \frac{1}{z}$ ，求  $\oint_C f(z) dz$  之值， $C$  為  $|z - 2| = 1$  之逆時針之圓周。  
(A) 0 (B)  $2\pi i$  (C)  $-2\pi i$  (D)  $4\pi i$
11. 假設  $k_1 e^{ax} + k_2 e^{bx} + e^{cx}$  為微分方程式  $y'' - 6y' + 8y = 3e^x$  的解，則  $a + b + c$  為何？  
(A) -6 (B) -4 (C) 7 (D) 9

- 12 假設路徑  $C$  是一逆時針的正方形，其各邊位於直線  $x = \pm 2$  和  $y = \pm 2$  之上。試求出  $\int_C \frac{e^{-z}}{z - (\pi i/2)} dz$  值為何？  
 (A)  $2\pi$  (B)  $\pi$  (C)  $-\pi i$  (D)  $1$
- 13 給定一組微分方程式  $x_1' = -x_2$ ,  $x_2' = 1.01x_1 - 0.2x_2$ ，起始值為  $x_1(0) = 0$ ,  $x_2(0) = -1$ ，則  $\lim_{t \rightarrow +\infty} x_2(t) = ?$   
 (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 無窮大
- 14 令  $F(s) = \frac{s+1}{s^2(s^2+1)}$ ，試求  $F(s)$  之反拉普拉斯轉換 (inverse Laplace transform)  $f(t) = L^{-1}\{F(s)\}$ ？  
 (A)  $1 - \sin(t) + \cos(t)$ ,  $t > 0$  (B)  $t + \sin(t) - \cos(t)$ ,  $t > 0$   
 (C)  $1 + t - \sin(t) - \cos(t)$ ,  $t > 0$  (D)  $1 + t + \sin(t) + \cos(t)$ ,  $t > 0$
- 15 下列何者為偏微分方程式  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 4 \frac{\partial u}{\partial y}$  的解？以下  $c_1, c_2, \alpha$  為常數。  
 (A)  $u(x, y) = c_1 e^K \cos 2\alpha x + c_2 e^K \sin 2\alpha x$ ，其中  $K = a^2 y$   
 (B)  $u(x, y) = c_1 e^K \cosh 2\alpha x + c_2 e^K \sinh 2\alpha x$ ，其中  $K = a^2 y$   
 (C)  $u(x, y) = c_1 e^T \cos 2\alpha y + c_2 e^T \sin 2\alpha y$ ，其中  $T = a^2 x$   
 (D)  $u(x, y) = c_1 e^T \cosh 2\alpha y + c_2 e^T \sinh 2\alpha y$ ，其中  $T = a^2 x$
- 16 求  $\frac{1}{s^2} \left( \frac{s-1}{s+1} \right)$  之反拉普拉斯轉換為下列何者？  
 (A)  $-2e^{-t} + t + 2$  (B)  $-2e^{-t} - t + 2$  (C)  $-2e^{-t} + t - 2$  (D)  $-2e^{-t} - t - 2$
- 17 已知函數  $x(t)$  其傅立葉轉換為  $X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt$  且  $|X(j\omega)| = 2(u(\omega+3) - u(\omega-3))$ ，  
 $\angle X(j\omega) = -\frac{3}{2}\omega + \pi$ ，其中方程式  $\begin{cases} u(\omega) = 1, \omega \geq 0 \\ u(\omega) = 0, \omega < 0 \end{cases}$ ，請問  $t$  為下列何者時， $x(t) = 0$ ？  
 (A)  $\frac{1}{2} + \pi$  (B)  $1 + \frac{\pi}{2}$  (C)  $\frac{3}{2} + \frac{\pi}{3}$  (D)  $2 + \frac{\pi}{4}$
- 18 一個盒子中有 30 顆 IC，劣品比率為 1/6，在某次實驗中取了 10 顆 IC，試問此次實驗所用的 IC 都是良品的機率為何？  
 (A)  $\frac{C_0^2 C_{10}^{28}}{C_{10}^{30}}$  (B)  $\frac{C_0^5 C_{10}^{25}}{C_{10}^{30}}$  (C)  $\frac{C_0^6 C_{10}^{24}}{C_{10}^{30}}$  (D)  $\frac{C_0^{10} C_{10}^{20}}{C_{10}^{30}}$
- 19 給定一個連續隨機變數  $X$ ，其機率密度函數為  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} e^{-x/4}, & x > 0 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$ ，試問一個隨機變數  $Y = 3X - 2$ ，則此隨機變數  $Y$  的變異數 (variance)  $\sigma_Y^2$  為何？  
 (A) 18 (B) 36 (C) 64 (D) 144
- 20 設有一連續隨機變數  $X$  具有機率密度函數  $f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ ，求其期望值。  
 (A) 1 (B) 2/3 (C) 3/4 (D) 4/5