

112年專門職業及技術人員高等考試建築師、
25類科技師（含第二次食品技師）、大地工程
技師考試分階段考試（第二階段考試）
暨普通考試不動產經紀人、記帳士考試試題

等 別：高等考試
類 科：電子工程技師
科 目：通訊系統
考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、離散隨機變數（discrete random variable） X 與 Y 具有下表的聯合機率質量函數（jointly probability mass function）：

$P(x,y)$	$x=-1$	$x=0$	$x=2$
$y=-1$	0	$1/4$	0
$y=0$	$1/3$	0	$1/6$
$y=1$	0	$1/4$	0

(一)請詳述理由來判斷 X 與 Y 是否無關（uncorrelated）。（7 分）

(二)請詳述理由來判斷 X 與 Y 是否獨立（independent）。（7 分）

(三)請計算此聯合隨機變數 X 與 Y 的熵值（entropy）， $H(X,Y)$ ，衡量單位以位元（bits）來表示。換句話說，請你以 2 為底來執行相關的對數計算。

註： $\log_2 3 \doteq 1.585$ 。（6 分）

二、考慮一組由下面的 4 個字碼（codeword）組成的二位元碼（binary code），其字碼長度（codeword length）為 $n=5$ ，且訊息長度（information length）為 $k=2$ 。亦即， $C=\{(00100),(10010),(01001),(11111)\}$ 。

(一)請求出此組二位元碼 C 的最小距離（minimum distance）。（5 分）

(二)請求出此組二位元碼 C 的最大權重（maximum weight）使得所有的錯誤模式（error pattern）都保證能被偵測出來。（5 分）

(三)請求出此組二位元碼 C 的最大權重使得所有的錯誤模式都保證能被更正出來。（5 分）

(四)請詳述理由來判斷此組二位元碼 C 是否為線性（linear）碼。（5 分）

三、讓具有自相關函數 (autocorrelation function) $\varphi_{xx}[m] = \delta[m]$ 的白色雜訊 (white noise) 且廣義平穩 (wide-sense stationary) 訊號，通過一個線性非移變 (linear shift-invariant) 系統，此系統的脈衝響應 (impulse response) 如下所示：

$$h[n] = 2\delta[n] - \frac{1}{3}\delta[n-1] - \frac{1}{3}\delta[n-2]。$$

(一)請決定輸出序列 (output sequence) 的功率頻譜 (power spectrum)， $\Phi_{yy}(e^{j\omega})$ 。(5 分)

(二)請決定輸出序列的自相關函數， $\varphi_{yy}[m]$ 。(5 分)

(三)請決定交互功率頻譜 (cross power spectrum)， $\Phi_{xy}(e^{j\omega})$ 。(5 分)

(四)請決定交互相關函數 (cross correlation function)， $\Phi_{xy}(e^{j\omega})$ 。(5 分)

四、一個二位元 (binary) 通訊系統傳送具有事前機率 (prior probability) $\Pr(0) = 0.6$ 與 $\Pr(1) = 0.4$ 的符元 (symbol) $\{0,1\}$ ，此通道受到加性高斯白雜訊 (additive white Gaussian noise) 的干擾。當二位元符元“0”被傳送時，加性高斯白雜訊的期望值為 0，變異數為 9， $N(0,9)$ 。當二位元符元“1”被傳送時，加性高斯白雜訊的期望值為 0，變異數為 4， $N(0,4)$ 。

(一)請寫出這兩個符元的概似函數 (likelihood function)。(4 分)

(二)請求出這兩個符元的決策區域 (decision region) H_0 與 H_1 。(6 分)

(三)請求出此通訊系統的平均最小錯誤機率 (average minimum error probability)。請以 Q -函數： $Q(x) = \int_x^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} dt$ 表示出來。(10 分)

五、一個具有平均傳送能量 (energy) 為 E 之二位元相位偏移調變 (binary phase shift keying, BPSK) 的傳送器 (transmitter)，它的脈波整形 (pulse shaping) 是具有能量 E_g 的 $g(t)$ ，而載波頻率 (carrier frequency) 為 f_c 。正常情況下載波的相位偏移是 0° 或是 $\theta=180^\circ$ ，來代表傳送的是一個“0”或是“1”的位元 (bit)。然而現在這個 BPSK 傳送器發生問題，導致傳送“1”位元時偏移的相位 $\theta \neq 180^\circ$ 。假設系統是使用最大概似接收器 (maximum-likelihood receiver)，且通過一個具有功率頻譜 (power spectrum) 是 $N_0/2$ 之加成性高斯白雜訊 (additive white Gaussian noise) 的通道。

- (一)請寫出這組二位元相位偏移調變的傳送訊號， $s_0(t)$ 與 $s_1(t)$ 。(4分)
- (二)請為這組二位元相位偏移調變的傳送訊號找出一組合理的正交歸一基底 (orthonormal basis)， $\{f_1(t), f_2(t)\}$ 。(4分)
- (三)請用上一小題的合理正交歸一基底，來表示出這組二位元相位偏移調變傳送訊號的向量模式， $\{\mathbf{s}_0, \mathbf{s}_1\}$ 。(4分)
- (四)請用 γ 、 θ 、及 Q -函數來表示此通訊系統的錯誤機率 P_e 。這裡的 $\gamma = E_b/N_0$ 是每位元的訊雜比 (signal-to-noise ratio, SNR)，且對 M 符元訊號源 (M -ary signaling) 而言， $E_b = E/\log_2 M$ 。 $Q(x) = \int_x^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} dt$ 。(8分)