

大學入學考試中心
九十九學年度指定科目考試試題
數學乙

—作答注意事項—

考試時間：80 分鐘

作答方式：第壹部分請用 2B 鉛筆在答案卡之「解答欄」內劃記。修正時應以橡皮擦拭，請勿在答案卡上使用修正液（帶）。

第貳部分作答於「非選擇題答案卷」，並標明題號。請在規定之欄位以筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。更正時，可以使用修正液（帶）。

第壹部分作答示例：請仔細閱讀下面的例子。

（一）單選題只用 1，2，3，4，5 等五個格子，而不需要用到－，±以及 6，7，8，9，0 等格子。多選題只用 1，2，3，4 等四個格子，而不需要用到－，±以及 5，6，7，8，9，0 等格子。

例：若第 1 題為單選題，選項為(1)3 (2)5 (3)7 (4)9 (5)11，而正確的答案為 7，亦即選項(3)時，考生要在答案卡第 1 列 ☐ 劃記（注意不是 7），如：

解 答 欄													
1	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

例：若第 5 題為多選題，正確選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡的第 5 列的 ☐ 與 ☐ 劃記，如：

5	☒	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
---	-------------------------------------	--------------------------	-------------------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

（二）選填題的題號是 A，B，C，...，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 ☐ 與第 21 列的 ☐ 劃記，如：

20	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐
21	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

祝考試順利

第壹部分：選擇題（單選題、多選題及選填題共佔 76 分）

一、單選題（12 分）

說明：第 1 至 2 題為單選題，每題選出一個最適當的選項，劃記在答案卡之「解答欄」。每題答對得 6 分，答錯或劃記多於一個選項者倒扣 1.5 分，倒扣到本大題之實得分數為零為止。未作答者，不給分亦不倒扣分數。

1. 關於行列式的性質，下列哪一選項恆成立？

$$(1) \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{vmatrix}$$

$$(2) \begin{vmatrix} a & b & 0 \\ d & e & 1 \\ g & h & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b \\ g & h \end{vmatrix}$$

$$(3) \begin{vmatrix} 0 & b & 0 \\ d & e & f \\ 0 & h & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$(4) \begin{vmatrix} a & 0 & c \\ 0 & e & 0 \\ g & 0 & i \end{vmatrix} = 0$$

$$(5) \begin{vmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} e & f \\ g & h \end{vmatrix}$$

2. 某校高三學生在一次考試中，成績呈常態分配，且已知其分數之平均數為 70 分，標準差為 10 分。若從這次考試的學生中，隨機抽出一位學生，則這位學生的成績低於 60 分的機率最接近以下哪一選項？

- (1) 0.16
- (2) 0.32
- (3) 0.34
- (4) 0.68
- (5) 0.84

二、多選題（16 分）

說明：第 3 至 4 題為多選題，每題各有 4 個選項，其中至少有一個是正確的。選出正確選項，劃記在答案卡之「解答欄」。每題 8 分，各選項獨立計分，每答對一個選項，可得 2 分，每答錯一個選項，倒扣 2 分，完全答對得 8 分；整題未作答者，不給分亦不倒扣分數。在備答選項以外之區域劃記，一律倒扣 2 分。倒扣到本大題之實得分數為零為止。

3. 關於多項式不等式：

$$x^2(x+5)(x+1)(x-4)(x-7) < (2x-3)(x+5)(x+1)(x-4)(x-7),$$

下列哪些選項是它的一個解？

- (1) -2π
- (2) $-\pi$
- (3) π
- (4) 2π

4. 關於指數函數或對數函數圖形的敘述，下列哪些選項是正確的？

- (1) $y = 2010^x$ 的圖形恆在 $y = 99^x$ 的上方
- (2) $y = \log_{99} x$ 與 $y = 99^x$ 兩函數的圖形對稱於直線 $y = x$
- (3) $y = \log_{99} x$ 與 $y = \log_{\frac{1}{99}} x$ 兩函數的圖形對稱於 x 軸
- (4) $y = \log_{2010}(x^2 - 10x + 33)$ 的圖形與 x 軸相交

三、選填題（48 分）

說明：A 至 F 題為選填題，將答案劃記在答案卡之「解答欄」所標示的列號（5-25）內。每一題完全答對得 8 分，答錯不倒扣；未完全答對不給分。

A. 某商店進一批水果，平均單價為每個 50 元，標準差為 10 元。今每個水果以進價的 1.5 倍為售價出售，則水果平均售價為每個 ⑤⑥ 元，標準差為 ⑦⑧ 元。

B. 某公司委託經銷商銷售定價 a 元的產品，雙方言明，若經銷商減價 25 元賣出，則可得賣價的 8% 為佣金，若減價 125 元賣出，則可得賣價的 2% 為佣金；已知減價 25 元的佣金是減價 125 元佣金的 5 倍，則定價 $a =$ ⑨⑩⑪。

C. 棒球比賽每隊的先發守備位置有九個：投手、捕手、一壘手、二壘手、三壘手、游擊手、右外野、中外野、左外野各一位。某一棒球隊有 18 位可以先發的球員，由教練團認定可擔任的守備位置球員數情形如下：

(一) 投手 4 位、捕手 2 位、一壘手 1 位、二壘手 2 位、三壘手 2 位、游擊手 2 位；

(二) 外野手 4 位（每一位外野手都可擔任右外野、中外野或左外野的守備）；

(三) 另外 1 位是全隊人氣最旺的明星球員，他可擔任一壘手與右外野的守備。

已知開幕戰的比賽，確定由某位投手先發，而且與此投手最佳搭檔的先發捕手也已確定，並由人氣最旺的明星球員擔任一壘手守備，其餘六個守備位置就上述可擔任的先發球員隨意安排，則此場開幕戰共有 ⑫⑬⑭ 種先發守備陣容。（當九個守備位置只要有一個球員不同時，就視為不同的守備陣容）

D. 某公司舉辦年終尾牙餐會，會中安插了一項抽獎活動。在抽獎箱中放了一副 52 張的撲克牌，每人抽出一張牌，且抽後放回；抽到紅心的紅色牌給獎金 8000 元，抽到方塊的紅色牌給獎金 6000 元，而抽到黑桃或梅花的黑色牌則一律給 2000 元的獎金。假設每張牌被抽到的機率相等，那麼抽到獎金的數學期望值為 ⑮⑯⑰⑱ 元。

- E. 調查某國家某一年 5 個地區的香煙與肺癌之相關性，所得到的數據為 $(x_i, y_i), i = 1, 2, 3, 4, 5$ ，其中變數 X 表示每人每年香煙消費量（單位：十包）， Y 表示每十萬人死於肺癌的人數。若已計算出下列數值：

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^5 x_i &= 135, & \sum_{i=1}^5 x_i^2 &= 3661, & \sum_{i=1}^5 x_i y_i &= 2842, \\ \sum_{i=1}^5 y_i &= 105, & \sum_{i=1}^5 y_i^2 &= 2209,\end{aligned}$$

則 X 與 Y 的相關係數 $r = 0. \underline{\textcircled{19}} \underline{\textcircled{20}} \underline{\textcircled{21}}$ 。

$$\text{(參考說明：相關係數 } r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n y_i^2 - n \cdot \bar{y}^2}})$$

- F. 已知一個線性規劃問題的可行解區域為四邊形 $ABCD$ 及其內部，其中 $A(4,0), B(8,10), C(6,14), D(2,6)$ 為坐標平面上的四個點。若目標函數 $k = ax + by + 32$ (a, b 為實數) 在四邊形 $ABCD$ 的邊界上一點 $(4,10)$ 有最小值 18，則 $a = \underline{\textcircled{22}} \underline{\textcircled{23}}$ ， $b = \underline{\textcircled{24}} \underline{\textcircled{25}}$ 。

————— 以下第貳部分的非選擇題，必須作答於答案卷 —————

第貳部分：非選擇題（佔 24 分）

說明：本大題共有二題計算證明題，答案務必寫在答案卷上，並於題號欄標明題號(一、二)與子題號((1)、(2))，同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分。每題配分標於題末。

一、設 a, b, c, d 都是 20 以內的正奇數，考慮五次整係數多項式函數

$$p(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + 2。$$

- (1) 試問滿足上述條件的五次整係數多項式函數 $p(x)$ 共有多少個？（4 分）
(2) 試求多項式方程式 $x^5 + 3x^4 + 5x^3 + 7x^2 + 3x + 2 = 0$ 的所有整數根。（8 分）

二、小惠有一台自行車，平時用一副四位數密碼的號碼鎖鎖住。有一天，志明向她借用這台自行車，她答應借用，但只告訴志明號碼鎖的密碼 $abcd$ 符合以下二階方陣的等式：

$$\begin{bmatrix} 5 & -15 \\ -10 & 35 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}，$$

志明卻一直無法解出正確的密碼，而不能使用這台自行車。請你(妳)幫忙志明求出這副號碼鎖的正確密碼。（12 分）