

114年公務人員特種考試警察人員、一般警察人員、
國家安全局國家安全情報人員、移民行政人員考試及
114年特種考試退除役軍人轉任公務人員考試試題

考試別：國家安全情報人員考試

等別：三等考試

類科組別：數理組（選試英文）

科目：數論

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、請找出 $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \cdots + (-1)^{n-1}n^2$ 的通式並使用數學歸納法證明。
(15 分)

二、(一)求整數 x, y 使得 $89x + 34y = 1$ 。(10 分)

(二)某果農以單價 8.90 購買蘋果，3.40 購買梨子，總價為 58.1，其中蘋果數量多於梨子。求蘋果與梨子的數量。(15 分)

註： $581/34 \approx 17.08823$ ， $581/89 \approx 6.52809$ ， $581/102 \approx 5.69608$ ，

$581 \times 13 = 7553$ ， $581 \times 34 = 17954$ 。

三、解線性同餘系統：(15 分)

$$x \equiv 3 \pmod{4}$$

$$x \equiv 2 \pmod{5}$$

$$3x \equiv 1 \pmod{7}$$

四、(一)求模 13 的所有原根。(10 分)

(二)利用以下對應指數表求解：

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\text{ind}_2(k)$	12	1	4	2	9	5	11	3	8	10	7	6

其中 $\text{ind}_a(k)$ 為使 $a^n \equiv k \pmod{13}$ 的最小正整數 n 。以模 13 的原根 2 求解 $5x^{10} \equiv 2 \pmod{13}$ 。(15 分)

五、(一)已知 $i = \sqrt{-1}$ ，計算 $\gcd(-5 + 11i, 4 + 3i)$ 之值。(10 分)

(二)令 p 為奇數以及 k 為整數且 $0 < k < p$ ；證明 $(p-k)!(k-1)! \equiv (-1)^k \pmod{p}$ 。
(10 分)