

112年專門職業及技術人員高等考試建築師、
25類科技師（含第二次食品技師）、大地工程
技師考試分階段考試（第二階段考試）
暨普通考試不動產經紀人、記帳士考試試題

等 別：高等考試

類 科：電機工程技師

科 目：工程數學（包括線性代數、微分方程、複變函數與機率）

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、請以拉式（Laplace）轉換法，求解以下微分方程式： $2y'' + y' + 2y = g(t)$ ，

$$y(0) = y'(0) = 0, \text{ 其中 } g(t) = \begin{cases} 1, & 5 \leq t < 20 \\ 0, & t < 5 \text{ 或 } t > 20 \end{cases} \text{。 (20 分)}$$

二、假設 $f(x) = \begin{cases} -2x, & -2 \leq x < 0 \\ 2x, & 0 \leq x < 4 \end{cases}$ ， $f(x+4) = f(x)$ 。若以傅氏級數（Fourier Series）表示 $f(x)$ ，計算其各階之係數。（15 分）

三、甲、乙、丙三人在同一靶場長時間練習射擊，經統計後得知三人命中靶心之機率各自為：甲：0.75、乙：0.72、丙：0.7。某次練習時三人同時對同一靶射擊，其中甲射擊 50 發子彈、乙射擊 53 發子彈、丙射擊 60 發子彈。試問於此情境下，

(一)此三人所發射之子彈，射中該靶心之機率為若干？（7 分）

(二)其中一發命中靶心之子彈為乙所射擊之機率為若干？（8 分）

四、假定 $u = e^{-x}(x \sin y - y \cos y)$ 。試求解 v 函數，使得 $f(z) = u + iv$ 是可解析（Analytic）的函數。（15 分）

五、假設某個三維曲線 C ，其位置向量（Position Vector）可表示如下式：
 $\mathbf{F}(t) = [\cos(t) + t \sin(t)] \mathbf{i} + [\sin(t) - t \cos(t)] \mathbf{j} + t^2 \mathbf{k}$ ， $t \geq 0$ 。計算此三維曲線 C 之單位切線向量（Unit Tangent Vector） $\mathbf{T}(t)$ 與曲率（Curvature） $\kappa(t)$ 。（10 分）

六、假設 $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$, $c = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ 7 \end{bmatrix}$ 。

- (一) 求解滿足線性方程組 $[A \ b]x = c$ 之所有解，其中向量 $x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T$ 。
(10 分)
- (二) 求解 A 方陣之特徵值 (Eigenvalue) 與其對應之單位特徵向量 (Normalized Eigenvector)。(15 分)