

等 別：二級考試

類 科：醫學工程

科 目：工程數學

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、請求出下列一階微分方程的解。(15 分)

$$y' + \frac{1}{x}y = \frac{1}{x^4}y^{-3/4}$$

二、請求出下列二階微分方程的解。(15 分)

$$y'' - 5\frac{1}{x}y' + 9\frac{1}{x^2}y = x + \frac{2}{x^2}$$

三、請求出下列的逆富利葉轉換 (Inverse Fourier Transform)。(15 分)

$$\mathfrak{F}^{-1}\left[\frac{1}{(4+\omega^2)(9+\omega^2)}\right]$$

四、求下列之複數積分。(15 分)

$$\oint_{\gamma} \frac{2z+1}{z^2+3iz} dz,$$

其中 γ 是圓中心在 $-3i$ ，半徑為 2 的圓，亦即圓 $|z+3i|=2$ 。

五、請求出下列聯立微分方程的解。(20 分)

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} 1 & -10 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t \\ 1 \end{pmatrix}$$

六、假設人的前十字韌帶可視為一均勻圓柱狀、長度為 L ，在時間為零時受到一力的拉伸，韌帶的運動可以用下列的偏微分方程表示；其中， $c^2 = E/\delta$ ，而 E 為韌帶的彈性係數、 δ 為單位體積的質量。請求出韌帶的位移 y 隨時間 t 及 x 軸的變化。(20 分)

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad \text{for } 0 < x < L, t > 0,$$

$$y(0,t) = y(L,t) = 0 \quad \text{for } t \geq 0,$$

$$y(x,0) = x, \quad \frac{\partial y(x,0)}{\partial t} = 0 \quad \text{for } 0 \leq x \leq L$$