

等 別：四等考試

類 科：天文

科 目：微積分

考試時間：1 小時 30 分

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目得以本國文字或英文作答。

一、設函數 $f(x) = x^{1/3}$ ，求函數 f 對 $x = 8$ 的泰勒公式 (Taylor formula) 至第二階，並利用此結果證明 $2 < \sqrt[3]{8.03} < 2.0025$ 。(20 分)

二、試畫出兩函數 $y = x^3 + 2x^2$ 與 $y = 3x$ 之圖形於同一座標圖上，並求被此兩函數圍住區域的面積。(20 分)

三、利用 Lagrange 乘數 (multiplier)，求 $x^2 + 2xy$ 於單位圓 $x^2 + y^2 = 1$ 之最大值。(20 分)

四、(一)敘述級數積分檢定法 (integral test for series)。(10 分)

(二)利用此檢定法，證明 $\sum_{k=1}^{\infty} 1/k^2$ 收斂，且其收斂值小於 2。(10 分)

五、求二重積分 $\int_0^1 \int_x^1 e^{y^2} dy dx$ 。(20 分)