

大學入學考試中心

九十三學年度學科能力測驗試題

數學考科

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

題型題數：單一選擇題 6 題，多重選擇題 5 題，填充題第 A 至 I 題共 9 題

作答方式：• 用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答，修正時應以橡皮擦拭，切勿使用修正液
• 答錯不倒扣

作答說明：在答案卡適當位置選出數值或符號。請仔細閱讀下面的例子。

(一) 填答選擇題時，只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到 -, ±, 以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若第 1 題的選項為(1)3 (2)5 (3)7 (4)9 (5)11，而正確的答案為 7，亦即選項(3)時，考生要在答案卡第 1 列的 ☐ 劃記（注意不是 7），如：

解 答 欄													
1	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

例：若多重選擇題第 10 題的正確選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡的第 10 列的 ☐ 與 ☐ 劃記，如：

10	☒	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
----	-------------------------------------	--------------------------	-------------------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

(二) 填充題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生必須

分別在答案卡上的第 18 列的 ☐ 與第 19 列的 ☐ 劃記，如：

18	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
19	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 ☐ 與第 21 列的 ☐ 劃記，如：

20	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐
21	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

※試題後附有參考公式及可能用到的對數值、參考數值與常用對數表

第一部分：選擇題

壹、單一選擇題

說明：第 1 至 6 題，每題選出最適當的一個選項，劃記在答案卡之「解答欄」，每題答對得 5 分，答錯不倒扣。

1. 已知一等差數列共有十項，且知其奇數項之和為 15，偶數項之和為 30，則下列哪一選項為此數列之公差？

(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5

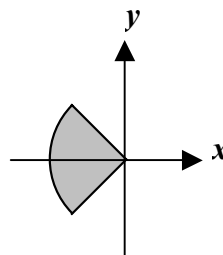
2. 下列選項中的數，何者最大？ [其中 $n! = n \times (n-1) \times \cdots \times 2 \times 1$]

(1) 100^{10} (2) 10^{100} (3) 50^{50} (4) $50!$ (5) $\frac{100!}{50!}$

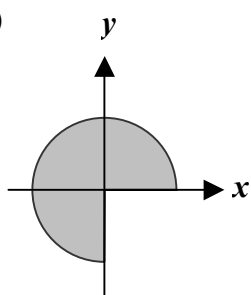
3. 右圖陰影部分所示為複數平面上區域

$$A = \{z : z = r(\cos \theta + i \sin \theta), 0 \leq r \leq 1, \frac{3\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{5\pi}{4}\}$$

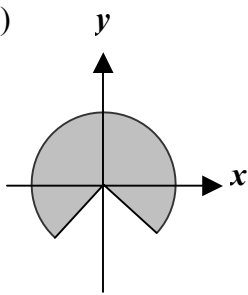
之略圖。令 $D = \{w : w = z^3, z \in A\}$ ，試問下列選項中之略圖，何者之陰影部分與區域 D 最接近？



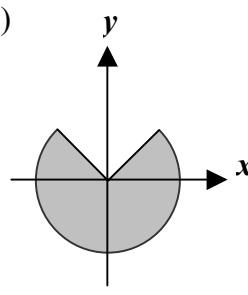
(1)



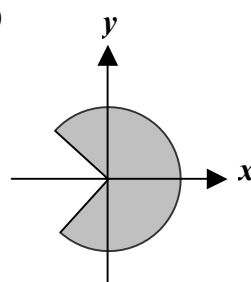
(2)



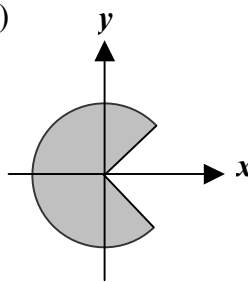
(3)



(4)



(5)



4. 在坐標空間中給定兩點 $A(1,2,3)$ 與 $B(7,6,5)$ 。令 S 為 xy -平面上所有使得向量 $\overrightarrow{PA}$ 垂直於向量 $\overrightarrow{PB}$ 的 P 點所成的集合，則
- (1) S 為空集合
 - (2) S 恰含一點
 - (3) S 恰含兩點
 - (4) S 為一線段
 - (5) S 為一圓

5. 設 $\triangle ABC$ 為平面上的一個三角形， P 為平面上一點且 $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC}$ ，其中 t 為一實數。試問下列哪一選項為 t 的最大範圍，使得 P 落在 $\triangle ABC$ 的內部？

- (1) $0 < t < \frac{1}{4}$ (2) $0 < t < \frac{1}{3}$ (3) $0 < t < \frac{1}{2}$ (4) $0 < t < \frac{2}{3}$ (5) $0 < t < \frac{3}{4}$

6. 台灣證券交易市場規定股票成交价格只能在前一個交易日的收盤價(即最後一筆的成交價)的漲、跌 7% 範圍內變動。例如：某支股票前一個交易日的收盤價是每股 100 元，則今天該支股票每股的買賣價格必須在 93 元至 107 元之間。假設有某支股票的價格起伏很大，某一天的收盤價是每股 40 元，次日起連續五個交易日以跌停板收盤(也就是每天跌 7%)，緊接著卻連續五個交易日以漲停板收盤(也就是每天漲 7%)。請問經過這十個交易日後，該支股票每股的收盤價最接近下列哪一個選項中的價格？
- (1) 39 元 (2) 39.5 元 (3) 40 元 (4) 40.5 元 (5) 41 元

貳、多重選擇題

說明：第 7 至 11 題，每題至少有一個選項是正確的，選出正確選項，劃記在答案卡之「解答欄」。每題答對得 5 分，答錯不倒扣，未答者不給分。只錯一個可獲 2.5 分，錯兩個或兩個以上不給分。

7. 中山高速公路重慶北路交流道南下入口匝道分成內、外兩線車道，路旁立有標誌

「外側車道 大客車專用」。請選出**不違反**此規定的選項：

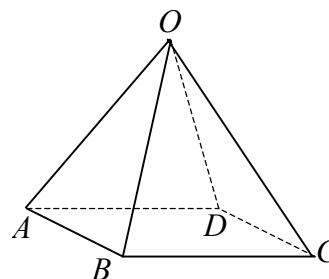
- (1) 小型車行駛內側車道
- (2) 小型車行駛外側車道
- (3) 大客車行駛內側車道
- (4) 大客車行駛外側車道
- (5) 大貨車行駛外側車道

8. 在坐標平面上，下列哪些方程式的圖形可以放進一個夠大的圓裡面？

- (1) $3x=2y^2$
- (2) $3x^2+2y^2=1$
- (3) $3x^2-2y^2=1$
- (4) $|x+y|=1$
- (5) $|x|+|y|=1$

9. 如右圖 $O-ABCD$ 為一金字塔，底是邊長為 1 之正方形，頂點 O 與 A 、 B 、 C 、 D 之距離均為 2。試問下列哪些式子是正確的？

- (1) $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0}$
- (2) $\vec{OA} + \vec{OB} - \vec{OC} - \vec{OD} = \vec{0}$
- (3) $\vec{OA} - \vec{OB} + \vec{OC} - \vec{OD} = \vec{0}$
- (4) $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \vec{OC} \cdot \vec{OD}$
- (5) $\vec{OA} \cdot \vec{OC} = 2$



10. 從 $1, 2, \dots, 10$ 這十個數中隨意取兩個，以 p 表示其和為偶數之機率， q 表示其和為奇數之機率。試問下列哪些敘述是正確的？

(1) $p+q=1$ (2) $p=q$ (3) $|p-q| \leq \frac{1}{10}$ (4) $|p-q| \geq \frac{1}{20}$ (5) $p \geq \frac{1}{2}$

11. 設 $f(x)$ 為三次實係數多項式，且知複數 $1+i$ 為 $f(x)=0$ 之一解。試問下列哪些敘述是正確的？

- (1) $f(1-i)=0$
(2) $f(2+i) \neq 0$
(3) 沒有實數 x 滿足 $f(x)=x$
(4) 沒有實數 x 滿足 $f(x^3)=0$
(5) 若 $f(0) > 0$ 且 $f(2) < 0$ ，則 $f(4) < 0$ 。

第二部分：填充題

說明：1. 第 A 至 I 題，將答案劃記在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (12-31)。
2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 某數學老師計算學期成績的公式如下：五次平時考中取較好的三次之平均值佔 30%，兩次期中考各佔 20%，期末考佔 30%。某生平時考成績分別為 68、82、70、73、85，期中考成績分別為 86、79，期末考成績為 90，則該生學期成績為 12 13。(計算到整數為止，小數點以後四捨五入)

- B. 某電視台舉辦抽獎遊戲，現場準備的抽獎箱裡放置了四個分別標有 1000、800、600、0 元獎額的球。參加者自行從抽獎箱裡摸取一球(取後即放回)，主辦單位即贈送與此球上數字等額的獎金，並規定抽取到 0 元的人可以再摸一次，但是所得獎金折半(若再摸到 0 就沒有第三次機會)；則一個參加者可得獎金的期望值是 ⑭⑮⑯ 元。(計算到整數為止，小數點以後四捨五入)
- C. 設 a, b, c 為正整數，若 $a \log_{520} 2 + b \log_{520} 5 + c \log_{520} 13 = 3$ ，則 $a + b + c =$ ⑰⑱。
- D. 設 $\triangle ABC$ 為一等腰直角三角形， $\angle BAC = 90^\circ$ 。若 P, Q 為斜邊 $\overline{BC}$ 的三等分點，則 $\tan \angle PAQ = \frac{\textcircled{19}}{\textcircled{20}}$ 。(化成最簡分數)
- E. 某高中招收高一新生共有男生 1008 人、女生 924 人報到。學校想將他們依男女合班的原則平均分班，且要求各班有同樣多的男生，也有同樣多的女生；考量教學效益，並限制各班總人數在 40 與 50 人之間，則共分成 ⑳㉑ 班。
- F. 在坐標空間中，平面 $x - 2y + z = 0$ 上有一以點 $P(1, 1, 1)$ 為圓心的圓 Γ ，而 $Q(-9, 9, 27)$ 為圓 Γ 上一點。若過 Q 與圓 Γ 相切的直線之一方向向量為 $(a, b, 1)$ ，則 $a =$ ㉓， $b =$ ㉔。

G. 設 $270^\circ < A < 360^\circ$ 且 $\sqrt{3} \sin A + \cos A = 2 \sin 2004^\circ$. 若 $A = m^\circ$, 則 $m = \underline{\textcircled{25} \textcircled{26} \textcircled{27}}$ 。

H. 坐標平面上的圓 $C: (x-7)^2 + (y-8)^2 = 9$ 上有 $\textcircled{28} \textcircled{29}$ 個點與原點的距離正好是整數值。

I. 在坐標平面上，設直線 $L: y = x + 2$ 與拋物線 $\Gamma: x^2 = 4y$ 相交於 P 、 Q 兩點。若 F 表拋物線 Γ 的焦點，則 $\overline{PF} + \overline{QF} = \underline{\textcircled{30} \textcircled{31}}$ 。

參考公式及可能用到的數值

- 一元二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ 的公式解：
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
- 平面上兩點 $P_1(x_1, y_1)$ ， $P_2(x_2, y_2)$ 間的距離為 $\overline{P_1P_2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- 通過 (x_1, y_1) 與 (x_2, y_2) 的直線斜率 $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ， $x_2 \neq x_1$ 。
- 三角函數的和角公式： $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$
$$\tan(\theta_1 + \theta_2) = \frac{\tan \theta_1 + \tan \theta_2}{1 - \tan \theta_1 \tan \theta_2}$$
- $\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$
- 棣美弗定理：設 $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ ，則 $z^n = r^n(\cos n\theta + i \sin n\theta)$ ， n 為一正整數
- 算術平均數： $M(=\overline{X}) = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$
- 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ； $\sqrt{3} \approx 1.732$ ； $\sqrt{5} \approx 2.236$ ； $\sqrt{6} \approx 2.449$ ； $\pi \approx 3.142$
- 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$

常用對數表 $\log_{10} N$

N	0					5					表			尾			差		
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27
....																			
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633	0	1	1	2	2	3	3	4	4
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680	0	1	1	2	2	3	3	4	4
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727	0	1	1	2	2	3	3	4	4
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773	0	1	1	2	2	3	3	4	4
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818	0	1	1	2	2	3	3	4	4
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863	0	1	1	2	2	3	3	4	4
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908	0	1	1	2	2	3	3	4	4
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952	0	1	1	2	2	3	3	4	4
....																			

註 1. 表中所給的對數值為小數點後的值。

- 表中最左欄的數字表示 N 的個位數及小數點後第一位，最上一列的數字表示 N 的小數點後第二位。