

115年公務人員特種考試關務人員、身心障礙人員考試及
115年國軍上校以上軍官轉任公務人員考試試題

代號：10660
頁次：11-1

考試別：關務人員考試
等別：三等考試
類科：關稅統計（選試英文）
科目：統計學
考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

附表：標準常態分配函數表、 T 分配臨界值表、二項分配累積分配函數表、
卜瓦松分配累積機率表、Wilcoxon 等級和檢定臨界值表—兩獨立母體檢定、
Wilcoxon 符號等級檢定臨界值表—成對母體檢定、 F 分配臨界值表

一、假設在一場隨機選取的職棒賽事中， X 為後攻球隊（主隊）在這場比賽所擊出的全壘打數， Y 為先攻球隊（客隊）在這場比賽所擊出的全壘打數， X 與 Y 有下面的聯合機率函數

$$p_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} e^{-3} \frac{1.8^x 1.2^y}{x!y!}, & x=0,1,2,\dots; y=0,1,2,\dots, \\ 0, & \text{其他。} \end{cases}$$

請回答下列問題：（20 分）

- (一)主隊擊出兩支全壘打的機率是多少？
- (二)根據上面的聯合機率函數，在一場比賽中主隊所擊出的全壘打數與客隊所擊出的全壘打數是否獨立？
- (三)已知在主隊擊出兩支全壘打的情況下，客隊擊出一支全壘打的機率是多少？
- (四)已知在客隊擊出一支全壘打的情況下，主隊擊出兩支全壘打的機率是多少？
- (五)已知在客隊至少擊出一支全壘打的情況下，主隊擊出兩支全壘打的機率是多少？
- (六)若令 Z 為在這場比賽中兩隊所擊出的全壘打總數，請寫出 Z 的機率函數。
- (七)兩支球隊總共擊出的全壘打數之期望值是多少？
- (八)兩支球隊總共擊出三支全壘打的機率是多少？
- (九)已知在這場比賽中兩隊共擊出三支全壘打的情況下，請問主隊擊出兩支全壘打的機率是多少？
- (十)已知在這場比賽中兩隊共擊出三支全壘打的情況下，請問客隊擊出不到兩支全壘打的機率是多少？

二、請回答下列各估計 (estimation) 的問題：(30 分)

(一) 假設有一個盒子裡裝有 6 顆球，其中有 N 顆球是紅色。若你以抽取後不放回 (without replacement) 的方式從盒子裡隨機抽出 3 顆球，發現這 3 顆球中有 2 顆球是紅色的，請問最有可能的 N 值是多少？

(二) 假設有一個大箱子裡裝有數不清的乒乓球，各種顏色都有，其中也包含紅色。若你以抽取後放回 (with replacement) 的方式從大箱子裡隨機抽出 n 顆球，發現這 n 顆球中有 X 顆球是紅色的，請問這個大箱子裡的乒乓球是紅色的比例之最大概似估計式 (maximum likelihood estimator, MSE) 是多少？

(三) 令 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 為抽樣自下列各種機率質量函數 (probability mass function) 或機率密度函數 (probability density function) 之一組隨機樣本，請求出在下列每一種情況下參數 θ 的最大概似估計式 (maximum likelihood estimator) $\hat{\theta}$ 。

1. $f(x; \theta) = \frac{\theta^x e^{-\theta}}{x!}$, $x = 0, 1, 2, \dots$, $0 \leq \theta < \infty$, 其中 $f(0; 0) = 1$ 。

2. $f(x; \theta) = \frac{1}{\theta}$, $0 < x < \theta$ 。

3. $f(x; \theta) = \frac{1}{2} e^{-|x-\theta|}$, $-\infty < x < \infty$, $-\infty < \theta < \infty$ 。

4. $f(x; \theta) = \theta e^{-\theta x}$, $0 < x < \infty$, $0 < \theta < \infty$ 。

5. $f(x; \theta) = \begin{cases} \theta^x (1 - \theta)^{1-x}, & x = 0, 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, $0 \leq \theta \leq 1$ 。

6. $f(x; \theta) = \begin{cases} \theta^x (1 - \theta)^{1-x}, & x = 0, 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, $0 \leq \theta \leq \frac{1}{3}$ 。

(四) 假設 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是獨立隨機變數，其抽樣之分配是常態分配 $N(\mu, \sigma^2)$ ，請問未知參數 μ 與 σ^2 的最大概似估計式分別是什麼？

三、請以無母數統計檢定的方式來回答下列各檢定問題：（20 分）

- (一)某家公司的人資主管想了解該公司行銷業務人員的英文程度，這位人資主管經由管道拿到一份適合檢視英文程度與水準的測驗題，並隨機抽選了公司內 12 名行銷業務人員來測驗，得到成績分別是：50、55、60、60、71、30、42、82、90、57、52、25（分）。請幫這位人資主管檢定該公司行銷業務人員接受這份測驗題測驗後的分數中位數是否小於 60 分？（顯著水準 $\alpha = 0.05$ ）
- (二)隨機選取甲、乙兩廠牌的輪胎各 10 個，將甲、乙兩廠牌的輪胎以成對的方式安裝於十部車子的後輪中，以檢驗這兩種廠牌輪胎的耐磨程度，並記錄其耐磨里程數，其資料如下表所示：（單位：千公里）

編號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
甲牌	23	20	26	25	48	26	25	24	15	20
乙牌	20	30	16	33	23	24	8	21	13	18

如果兩廠牌輪胎的耐磨里程數之母體分配未知，根據上述資料，請問甲廠牌的輪胎耐磨度是否較乙廠牌好？（顯著水準 $\alpha = 0.01$ ）

- (三)某家企業有兩條生產線可供生產製造產品，若今有一新開發產品將導入這兩條生產線去進行生產製造，老闆想了解這兩條生產線生產這新產品的績效，手邊收集到這兩條生產線導入製造後這段期間的良率情形：第一條生產線有收集到五週的良率，分別是 71、82、77、92、88（%）；第二條生產線有收集到四週的良率，分別是 85、82、94、97（%）。請用 Wilcoxon 等級和檢定法幫這位老闆檢定，這兩條生產線生產這新產品的良率之中位數是否相等？（顯著水準 $\alpha = 0.05$ ）
- (四)某研究人員想知道城市和鄉村孩子的書包重量是否有差異，於是分別自兩地抽取了 12 及 10 個樣本：（單位：公斤）

城市	2.89	2.48	2.43	2.15	2.02	2.52	3.24	2.14	2.46	2.80	2.50	2.35
鄉村	2.75	2.22	1.77	2.85	1.60	2.50	2.86	1.98	2.57	2.93		

在顯著水準 $\alpha = 0.05$ 下，請以 Mann-Whitney U 統計量檢定之。

四、假設我們有興趣比較 3 種不同廠牌的電池壽命（單位為週），對每一種廠牌測試 5 個電池以後，得到下列的資料：

壽命的週數		
廠牌 1	廠牌 2	廠牌 3
100	76	108
96	80	100
92	75	96
96	84	98
92	82	100

請回答下列問題：（30 分）

(一)不同廠牌的電池壽命有差異嗎？令 $\alpha = 0.05$ 。

子題(二)~(五)，請依據子題(一)的結果，回答問題。

(二)請對廠牌 2 電池的平均壽命建構一個 95%的信賴區間。

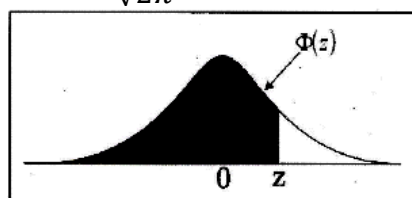
(三)請對廠牌 2 和 3 電池的平均壽命之差建構一個 95%的信賴區間。

(四)你會選用那一種廠牌的電池？

(五)延續上一子題，如果製造商願意免費更換那些壽命不足 85 週的電池，那該廠商預期會有多少比例的電池要做更換？

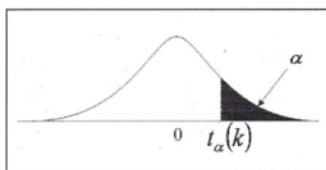
標準常態分配函數表

$$P(Z \leq z) = \Phi(z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} du, \quad \Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$$

[illegible]

T 分配臨界值表

$$P(T > t_{\alpha}(k)) = \alpha$$



$k(d.f.)$	$t_{0.100}(k)$	$t_{0.050}(k)$	$t_{0.025}(k)$	$t_{0.010}(k)$	$t_{0.005}(k)$
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.656
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

二項分配累積分配函數表

$$P(X \leq a) = \sum_{x=0}^a C_k^n p^k (1-p)^{n-k} = \sum_{x=0}^a \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k (1-p)^{n-k}$$

[illegible][illegible][illegible][illegible]

卜瓦松分配累積機率表

$$P(x) = P(X \leq x) = \sum_{k=0}^x \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$$

[illegible][illegible][illegible]

Wilcoxon 等級和檢定臨界值表—兩獨立母體檢定

下臨界值 W_L ；上臨界值 W_U

A. 單尾檢定 $\alpha=0.025$ ；雙尾檢定 $\alpha=0.05$

n_2	n_1													
	3		4		5		6		7		8		9	
	W_L	W_U	W_L	W_U	W_L	W_U	W_L	W_U	W_L	W_U	W_L	W_U	W_L	W_U
3	5	16	6	18	6	21	7	23	7	26	8	28	8	31
4	6	18	11	25	12	28	12	32	13	35	14	38	15	41
5	6	21	12	28	18	37	19	41	20	45	21	49	22	53
6	7	23	12	32	19	41	26	52	28	56	29	61	31	65
7	7	26	13	35	20	45	28	56	37	68	39	73	41	78
8	8	28	14	38	21	49	29	61	39	73	49	87	51	93
9	8	31	15	41	22	53	31	65	41	78	51	93	63	108
10	9	33	16	44	24	56	32	70	43	83	54	98	66	114

B. 單尾檢定 $\alpha=0.05$ ；雙尾檢定 $\alpha=0.10$

n_2	n_1													
	3		4		5		6		7		8		9	
	W_L	W_U	W_L	W_U	W_L	W_U	W_L	W_U	W_L	W_U	W_L	W_U	W_L	W_U
3	6	15	7	17	7	20	8	22	9	24	9	27	10	29
4	7	17	12	24	13	27	14	30	15	33	16	36	17	39
5	7	20	13	27	19	36	20	40	22	43	24	46	25	50
6	8	22	14	30	20	40	28	50	30	54	32	58	33	63
7	9	24	15	33	22	43	30	54	39	66	41	71	43	76
8	9	27	16	36	24	46	32	48	41	71	52	84	54	90
9	10	29	17	39	25	50	33	63	43	76	54	90	66	105
10	11	31	18	42	26	54	35	67	46	80	57	95	69	111

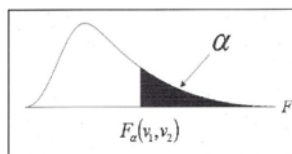
Wilcoxon 符號等級檢定臨界值表－成對母體檢定

單尾檢定之臨界值 $T_{\alpha, n}$ ；雙尾檢定之臨界值 $T_{\alpha/2, n}$

n	單尾 $\alpha=0.05$ 雙尾 $\alpha=0.10$	單尾 $\alpha=0.025$ 雙尾 $\alpha=0.05$	單尾 $\alpha=0.01$ 雙尾 $\alpha=0.02$	單尾 $\alpha=0.005$ 雙尾 $\alpha=0.01$
5	1			
6	2	1		
7	4	2	0	
8	6	4	2	0
9	8	6	3	2
10	11	8	5	3
11	14	11	7	5
12	17	14	10	7
13	21	17	13	10
14	26	21	16	13
15	30	25	20	16
16	36	30	24	19
17	41	35	28	23
18	47	40	33	28
19	54	46	38	32
20	60	52	43	37
21	68	59	49	43
22	75	66	56	49
23	83	73	62	55
24	92	81	69	61
25	101	90	77	68
26	110	98	85	76
27	120	107	93	84
28	130	117	102	92
29	141	127	111	100
30	152	137	120	109
31	163	148	130	118
32	175	159	141	128
33	188	171	151	138
34	201	183	162	149
35	214	195	174	160
36	228	208	186	171
37	242	222	198	183
38	256	235	211	195
39	271	250	224	208
40	287	264	238	221
41	303	279	252	234
42	319	295	267	248
43	336	311	281	262
44	353	327	297	277
45	371	344	313	292
46	389	361	329	307
47	408	379	362	339
48	427	397	362	339
49	446	415	380	356
50	466	434	398	373

F 分配臨界值表

$$P(F > F_{\alpha}(v_1, v_2)) = \alpha$$



分母 $v_2 (d.f.)$	分子 $v_1 (d.f.)$									
	$\alpha = 0.05$									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54	241.88
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83