

等 別：高考二級
類 科：電力工程
科 目：控制系統
考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)請以黑色鋼筆或原子筆在申論試卷上作答。

(四)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、一動態系統由下列兩微分方程式組成

$$M_1 \ddot{\theta}_1 + b(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) + k(\theta_1 - \theta_2) = F$$

$$M_2 \ddot{\theta}_2 + b(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) + k(\theta_2 - \theta_1) = 0$$

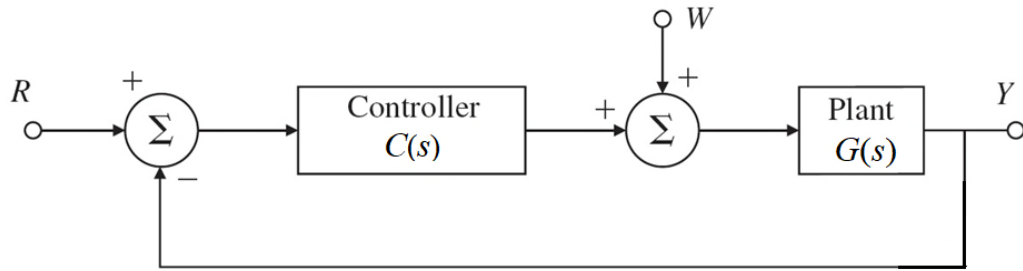
(一)若狀態變數定義成 $x_1 = \theta_1 - \theta_2$ 、 $x_2 = \dot{\theta}_1$ 、 $x_3 = \theta_2$ 、 $x_4 = \dot{\theta}_2$ ，系統輸入為 $u = F$ 以及系統輸出為 $y = \theta_2$ 。推導求出此系統之狀態方程式 $\dot{X} = AX + Bu$ 及輸出方程式 $y = CX$ ，其中 $X = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T$ 。求 A 、
(10 分) B (3 分) 及 C 。(2 分)

(二)推導求出此系統之轉移函數 $\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{N(s)}{D(s)}$ ，求 $N(s)$ 及 $D(s)$ 。
(各 5 分，共 10 分)

二、一系統之轉移函數表示成 $\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{\omega_n^2(s+2)}{2(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)}$ ，其中 $0 \leq \zeta < 1$ 。推導求

出此系統之步階響應 (Step response) $y(t)$ ，若 $y(t) = 1 - \frac{B}{A} e^{-Ct} \cos(Dt + E)$ ，
求 A 、 B 、 C 、 D 及 E 。(各 5 分，共 25 分)

三、一回授系統如下圖所示：



其中 $G(s) = \frac{10}{s^2 + 2s - 5}$ 、 $C(s) = \frac{k_P s + k_I}{s}$ 以及誤差信號 E 定義成 $E = R - Y$ 。

(一)推導求出 $Y(s)/W(s)$ 之轉移函數。(3 分)

(二)推導求出 $Y(s)/R(s)$ 之轉移函數。(2 分)

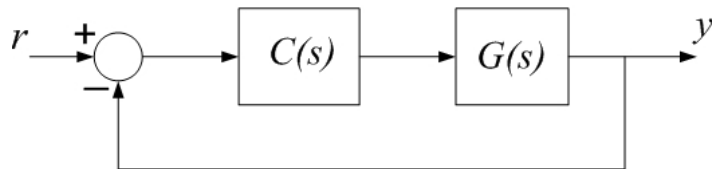
(三)推導求出 (k_P, k_I) 讓回授系統穩定的條件。(10 分)

(四)在(三)之前提下，推導求出針對系統輸入信號 R 的系統型態 (System type with respect to input)。(4 分)

(五)在(三)之前提下，分別推導求出穩態誤差信號值，若 $R(s) = \frac{1}{s}$ 、 $R(s) = \frac{1}{s^2}$ 、

$R(s) = \frac{1}{s^3}$ 。(各 2 分，共 6 分)

四、一回授系統如下圖所示：



其中 $G(s) = \frac{(s+10)^2}{s^3}$ 、 $C(s) = K$ 。

(一)依奈奎斯特圖法繪製此回授系統之奈奎斯特圖 (Nyquist plot)，其中 $K \geq 0$ 。(12 分)

(二)由(一)之奈奎斯特圖，求出让回授系統穩定之 K 的條件。(8 分)

(三)由(一)與(二)之結果，當 $K=10$ 時，求系統之增益邊際 (Gain margin)。(5 分)