

等 別：高考二級
類 科：經建行政（一般組）
科 目：數量方法（包括計量經濟學與數理統計）
考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、已知指數分配 $f(x; \beta) = \frac{1}{\beta} e^{-x/\beta}$, $x > 0$ 。令 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 表示從該分配中隨機

抽出大小為 n 的樣本。

請回答下列問題：

(一)利用動差母函數 (moment generating function) 求出此指數分配的平均數 β 與變異數 σ^2 。(10 分)

(二)求導出 β 的最大概似估計式 (maximum likelihood estimator) $\hat{\beta}$ 。(5 分)

(三)求出 β 不偏估計式的變異數下界 (CRLB)，請證明並詳述此最大概似估計式 $\hat{\beta}$ 是否為 β 的最有效估計？(10 分)

二、何謂高斯-馬可夫定理 (Gauss-Markov theorem)？(5 分) 其基本假設為何？(5 分) 在此一線性迴歸模型 ($y = X\beta + \epsilon$) 中，請證明此一定理。(15 分)

三、何謂邏輯式 (Logit) 迴歸模型？(10 分) 與傳統的迴歸模型有何差異？(5 分) 如何估計其參數？(5 分) 如何應用此一模型於經濟學上，試舉一例說明之。(5 分)

四、假設有一個凱因斯模型 (結構式) 如下所示：

消費函數： $C = \alpha + \beta Y + \epsilon$ $0 < \beta < 1, \alpha > 0$ (方程式 1)

均衡方程式： $Y = C + I$ (方程式 2)

其中 C =消費支出， Y =所得， I =投資 (假定為外生變數)， ϵ =隨機干擾項。

(一)試證明普通最小平方法 (OLS) 估計會產生聯立方程式上的偏誤 (Bias)？(5 分)

(二)請使用階 (order) 與秩 (rank) 條件，來判斷結構係數 (α, β) 認定 (identification) 的問題。(10 分)

(三)試利用間接最小平方法 (ILS) 來估計此一模型的參數，並說明此一方法為何能夠避免此一偏誤。(10 分)