

115年公務人員高等考試三級考試試題

類 科：機械工程
科 目：流體力學與工程力學
考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞、數理公式或定義符號外，應使用本國文字作答。

一、空氣與水均為牛頓流體（Newtonian fluids）的代表，其運動方程式為著名的 Navier-Stokes 方程式，若在直角座標系 (x, y) 上描述一個二維流場，其方程式如下：

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \rho g_x$$
$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \rho g_y$$

其中 $u(t, x, y)$ 及 $v(t, x, y)$ 為 x -與 y -方向上的速度函數， $p(t, x, y)$ 為流場壓力分布， ρ 為流體密度， μ 為流體黏滯係數， g_x 與 g_y 則為兩方向的單位質量的重力分量。

(一)何謂牛頓流體？其剪切應力表示式為何？（4 分）

(二)現有三個未知數，請問 Navier-Stokes 方程式足夠求解嗎？應如何處理？（4 分）

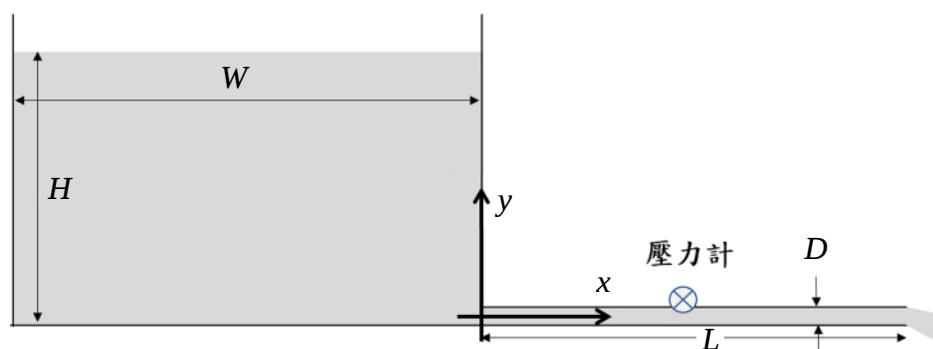
(三)請由重力分量的因次來推導黏滯係數的因次。請以大寫 M 、 L 、 T 代表質量、長度及時間因次；若需要更多的因次，請自行定義符號。（6 分）

(四)請問流體在 x 方向運動時可能受到的剪切應力對應到上述方程式中的那些項次？請解釋該項次的動力學意義。（6 分）

二、如圖，有一水深 H 、寬度 W 之儲水槽，儲槽角落接管徑為 D 、總長為 L 的長細直管，向外排水； ρ 為水密度， μ 為水黏滯係數。假設排水量不大，流場可近似於不可壓縮流，且排水對水深的影響暫時可忽略，因此排水近似穩態過程（steady state），又若管長遠大於管徑，使得直管中流動可近似於完全發展流（fully-developed flow）。

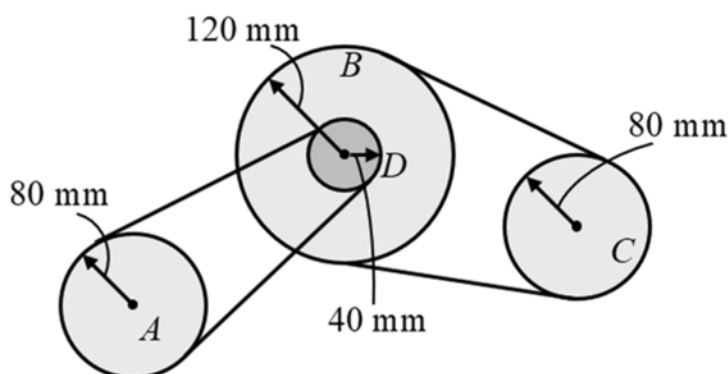
(一)今將座標系定義於管徑開口正中央， $u(x, y)$ 及 $v(x, y)$ 為兩個速度分量函數， $p(x, y)$ 為流場壓力分布。請依流場狀況將 Navier-Stokes 方程式化減至最簡單的方程，並解流場與壓力場。(12 分)

(二)若沿長管於 $x = L/2$ 處側開口設置壓力計，請討論此壓力值是否即為 Navier-Stokes 方程式中的 $p(t, L/2, y)$ ？(3 分)



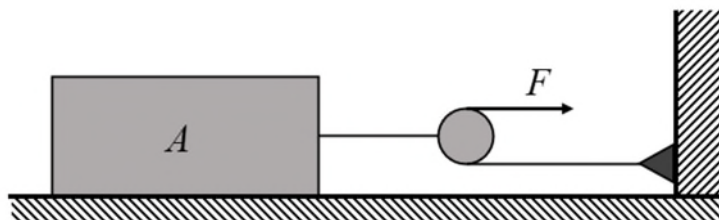
三、如圖所示，有一皮帶-滑輪動力系統，滑輪 A 以皮帶帶動滑輪 D，滑輪 B 則以另一條皮帶帶動滑輪 C，已知滑輪 A 以角速度 $\omega_A = 40 \text{ rad/s}$ ，試求滑輪 B 與 C 之角速度為何？(15 分)

(假設皮帶與滑輪之間無摩擦，且滑輪 B 與 D 為剛性連接)

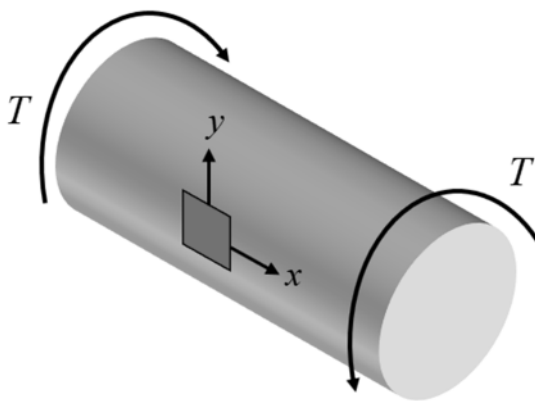


四、如圖所示，一質量為100 kg之物塊A靜止於一平面上，該平面之動摩擦係數分為 $\mu_k = 0.2$ ，試求下列問題（假設重力加速度為 10 m/s^2 ）：

- (一)當 F 為200 N時，物塊A在 $t = 2 \text{ s}$ 時的速度？（5分）
(二)當 F 為 $(60t) \text{ N}$ 時，物塊A在 $t = 2 \text{ s}$ 時的加速度為何？（10分）



五、如圖所示，一薄壁圓筒壓力容器兩端封閉，其平均半徑為200 mm，筒壁厚度為10 mm，其承受一內壓力 $p = 2 \text{ MPa}$ 與一扭矩 T 。若容許工作剪應力 $\tau_w = 25 \text{ MPa}$ ，試求可承受之最大扭矩？（薄壁圓筒極慣性矩為 $J = Ar^2$ ）（20分）



六、如圖所示，一長為2 m的水平鋼桿固定於牆壁兩側之間，其截面積為 1000 mm^2 。若此鋼桿在 20°C 為無應力狀態，當溫度升至 40°C 時，試求在下列情況時鋼桿所受之應力大小，並判別為拉伸或壓縮應力（已知鋼桿的楊氏模數 $E = 210 \text{ GPa}$ 與熱膨脹係數 $\alpha = 10 \text{ ppm}/^\circ\text{C}$ ）：

- (一)牆壁固定不動。（5分）
(二)兩側牆壁因結構變形而遠離彼此1 mm。（10分）

