

類 科：地震測報
科 目：時序分析
考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

- 一、若時間序列 $h(t)$ 的傅立葉轉換 (Fourier Transform) 為 $H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)e^{-j2\pi ft} dt$ ，其中 t 是時間， f 是頻率， j 是虛數 ($=\sqrt{-1}$)，請回答下列問題：
- (一)請寫出其逆傅立葉轉換 (Inverse Fourier Transform) 的型式。(3 分)
 - (二)請寫出其離散傅立葉轉換 (Discrete Fourier Transform) 的型式 (假設時間取樣為 T ， N 個資料點數， n 表示第 n 個頻率資料點， k 表示第 k 個時間資料點)。(4 分)
 - (三)若 $h(t)$ 是一純虛數 (pure imaginary) 時間序列，請證明其傅立葉轉換後，在頻率域的實部 (Real part) 是奇函數 (odd function)，而虛部 (Imaginary part) 是偶函數 (even function)。(8 分)
 - (四)若在頻率域 (frequency domain) 將訊號移動一個線性相位 (Linear phase；頻率與相位成正比)，待其逆轉回時間域 (time domain) 時，此時間序列會有何變化？(5 分)
- 二、有三個時間序列 $x(t)$ 、 $y(t)$ 和 $o(t)$ ，有 $x(t)*y(t)=o(t)$ 的關係，其中符號 " $*$ " 表示摺積 (convolution)，以符號 " $\otimes$ " 表示相關運算 (correlations)，請回答下列問題：
- (一)請寫出 $x(t)$ 與 $y(t)$ 的摺積數學積分型式。(3 分)
 - (二)承(一)，並說明此積分的意義。(可繪圖輔助說明)(7 分)
 - (三)從 $x(t)$ 和 $o(t)$ 求 $y(t)$ 或從 $y(t)$ 和 $o(t)$ 求 $x(t)$ ，稱為反摺積 (deconvolution)，地震學上，經常利用反摺積來去除地震儀器響應 (instrumental response)、反演震源時間函數 (source time function)、推導接收函數 (receiver function) 等等。請從頻率域說明如何進行反摺積以求得 $y(t)$ ？請問這樣的做法會造成何種問題？該如何解決？(10 分)
 - (四)在離散下，若 $x(t)=(2, 1, 3, 6, 4, 2, 2)$ 和 $o(t)=(2, 5, 7, 23, 24, 31, 40, 26, 12, 10)$ ，假設等間隔時間取樣為 1，第一點為時間 0，時間序列往右為時間增加，求 $y(t)=?$ (請寫出計算過程)(5 分)
 - (五)請證明 $a(t)*b(t)=a(-t)\otimes b(t)$ 。(5 分)

三、請回答下列有關波形取樣 (waveform sampling) 及資料處理的問題：

(一) 一時間域的取樣函數 (sampling function) 為一連續脈衝函數的組合，

表示為 $x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$ ， T 為取樣時間， n 為整數，請證明其傅立

葉轉換後為 $X(f) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f - \frac{n}{T})$ 。(10 分)

(二) 當一帶寬限制 (band-limited) 的連續時間函數 $h(t)$ 經過波形取樣，其離散傅立葉轉換後會產生那些現象？請說明。(可繪圖輔助說明)(10 分)

(三) 在地震研究中，有時為了分析的需求，經常對原始地震波形降採樣 (down-sampling)，若採用內插方式 (interpolation) 來降採樣，此時有一時間取樣為 0.01 秒的資料需降採樣至 0.1 秒時，請問會產生何種問題？該如何處理？(5 分)

四、表面波 (surface wave) 是地震研究的重要震波之一，要計算表面波的群速 (group velocity) 經常利用高斯濾波器 (Gaussian filter) 來進行時頻分析 (Time-Frequency analysis)，請回答下列問題：

(一) 何謂時頻分析？(3 分)

(二) 請寫出高斯濾波器在時間域和頻率域的一般表示式。(4 分)

(三) 如何利用高斯濾波器進行時頻分析以求得表面波的群速？(8 分)

(四) 下圖是以某一中心頻率濾波後所得到頻率域的實部及虛部，請問該如何安排此實部及虛部，使其能正確逆轉換回到時間域？(可繪圖輔助說明)(5 分)

(五) 承(四)，若此頻譜為位移譜，請問在頻率域該如何處理，使其逆轉換回到時間域後變為速度紀錄？(5 分)

