

類 科：電信工程
科 目：通信與系統
考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)須詳列推導過程。

(三)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(四)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、將一個功率頻譜密度為 $\frac{N_0}{2}$ 、平均值為零之白色高斯雜訊通過一個理想之帶通濾波器（振幅響應為 1，中間頻率為 f_c ，帶寬為 $2B$ ， $f_c \gg B$ ），其輸出可表示為

$$n(t) = n_I(t) \cos(2\pi f_c t) - n_Q(t) \sin(2\pi f_c t)$$

其中 $n_I(t)$ 及 $n_Q(t)$ 分別為 $n(t)$ 之同相成分及正交成分。

(一)求 $n(t)$ 之功率頻譜密度 $S_n(f)$ 。(5 分)

(二)求 $n_I(t)$ 及 $n_Q(t)$ 之功率頻譜密度 $S_{n_I}(f)$ 及 $S_{n_Q}(f)$ 。(5 分)

(三) $n(t)$ 亦可表示為

$$n(t) = r(t) \cos(2\pi f_c t + \phi(t))$$

其中

$$r(t) = [(n_I(t))^2 + (n_Q(t))^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$\phi(t) = \tan^{-1} \left[\frac{n_Q(t)}{n_I(t)} \right]$$

求 $r(t)$ 及 $\phi(t)$ 取樣值之機率密度函數 $f_R(r)$ 及 $f_\phi(\phi)$ 。(10 分)

二、在線性類比調變系統中，其輸出一般可表示為

$$s(t) = s_I(t) \cos(2\pi f_c t) - s_Q(t) \sin(2\pi f_c t)$$

其中 $s_I(t)$ 及 $s_Q(t)$ 分別為 $s(t)$ 之同相成分及正交成分。假設輸入之基頻信號為 $m(t)$ ，載波為 $A_c \cos(2\pi f_c t)$ 。

(一)對(1)振幅調變(AM)、(2)雙邊帶調變(DSB)、(3)單邊帶調變(SSB)、(4)殘邊帶調變(VSB)其 $s_I(t)$ 及 $s_Q(t)$ 分別之表示式各為何？必要時，說明 $s_I(t)$ 與 $s_Q(t)$ 之關係。(10 分)

(二)承(一)小題，以殘邊帶調變為例，繪製調變系統之方塊圖。(10 分)

三、在二位元基頻傳送系統中，其傳送波可以用一個隨機程序表示之：

$$X(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k p(t - kT - \Delta)$$

其中 $p(t)$ 為振幅為 1 之脈波類波形， a_k 為脈波之強度， T 為脈波間之時間隔， Δ 均勻分布於 $(-\frac{T}{2}, \frac{T}{2})$ 之間。

(一)證明 $X(t)$ 之自身相關函數 $R_X(\tau)$ 可表示為

$$R_X(\tau) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} R_m r(\tau - mT)$$

其中 $R_m = E[a_k a_{k+m}]$ ， $r(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} p(t + \tau) p(t) dt$ 。(6 分)

(二)求 $X(t)$ 之功率頻譜密度 $S_X(f)$ 。(7 分)

(三)以曼徹斯特碼(Manchester code)為例，

$$p(t) = \begin{cases} 1, & -\frac{T}{2} < t < 0 \\ -1, & 0 < t < \frac{T}{2} \end{cases}$$

$$a_k = \begin{cases} A, & \text{符元 1} \\ -A, & \text{符元 0} \end{cases}$$

求其 $S_X(f)$ 。(7 分)

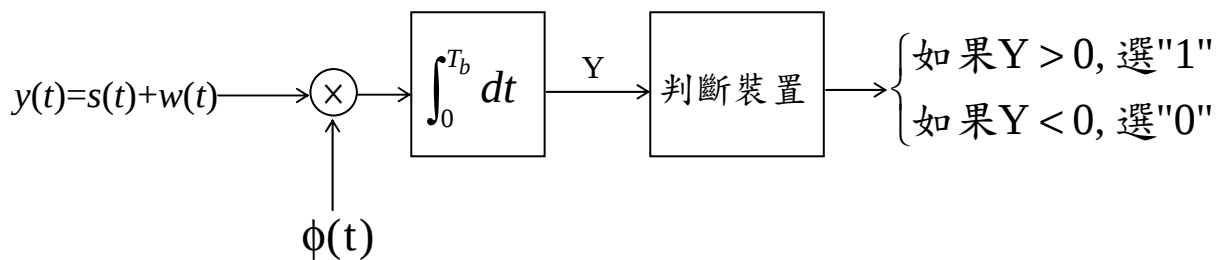
四、在一個同調二位元 PSK 系統中，符元 1 及 0 被調變為

$$s(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_c t), & \text{符元 1} \\ \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_c t + \pi), & \text{符元 0} \end{cases}$$

其中 $0 \leq t \leq T_b$ ， E_b 為每位元之能量。假設

$$\phi(t) = \sqrt{\frac{2}{T_b}} \cos(2\pi f_c t), \quad 0 \leq t \leq T_b$$

接收器之方塊圖如下圖。通道之雜訊為相加性白色高斯雜訊 $w(t)$ ，其平均值為零，雙邊帶功率頻譜密度為 $\frac{N_0}{2}$ 。



(一)假設

$$n = \int_0^{T_b} w(t)\phi(t)dt$$

求 n 之期望值 m_n 、變異數 σ_n^2 及機率密度函數 $f_N(n)$ 。(6 分)

(二)假設傳送端送出符元 1 及符元 0 之機率相同，求同調二位元 PSK 系統之位元錯誤率 P_E ，並以下列之 Q 函數表示之：

$$Q(x) = \int_x^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx \quad (14 \text{ 分})$$

五、在一個(7,4)線性方塊碼編解碼系統中，生成矩陣為

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(一)繪製編碼器之電路圖。(5分)

(二)求其查核矩陣 H (parity-check matrix)。(3分)

(三)求其最小距離 d_{min} (minimum distance)，並計算其更正能力。(2分)

(四)建立誤差串列 (error pattern) 與徵狀 (syndrome) 之對應表格。(5分)

(五)繪製解碼器之電路圖。(5分)