

114年公務、關務人員升官等考試、114年
交通事業郵政、港務人員升資考試試題

等 級：薦任

類科(別)：天文

科 目：應用數學（包括微積分、微分方程、向量分析）

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目得以本國文字或英文作答。

一、假設 $\vec{F}(x, y, z) = (2xy + z, x^2 + 3y^2, x)$ 為 $\mathbf{R}^3$ 空間的力場，請回答下列兩個問題：

(一)算出在這力場下將粒子從點 $A = (0, 0, 0)$ 移至點 $B = (1, 1, 1)$ 沿著路徑 $L = \{(t, t^2, t^3) : t \in [0, 1]\}$ 所做的功。(10 分)

(二)承上題，請說明在這力場下將粒子從點 A 移至點 B 所做的功與路徑無關（請詳述理由）。(15 分)

二、求下列微分方程初始值問題的解：(25 分)

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, x(0) = 1, y(0) = 0.$$

三、求函數 $f(x, y, z) = xyz$ 在橢圓面上 $x^2 + y^2 + \frac{z^2}{2} = 1$ 的最大值及最小值。
(25 分)

四、計算雙重積分 $\int_0^1 \int_{\sqrt{y}}^1 e^{x^3} dx dy$ 。(10 分)

五、令 $B = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$ (單位圓)，利用散度定理 (divergence theorem) 算出 $\int \int_B (3x^2 + 4y^3) dx dy$ 。(15 分)