

等 別：高考二級
類 科：水利工程
科 目：高等流體力學
考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)請以黑色鋼筆或原子筆在申論試卷上作答。

(四)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、二維非黏性、不可壓縮水流的流場速度勢（velocity potential）為

$$\phi(x, y) = 2x^2y - \left(\frac{2}{3}\right)y^3$$

其中 ϕ 的單位為 m^2/s ， x 和 y 的單位為 m 。

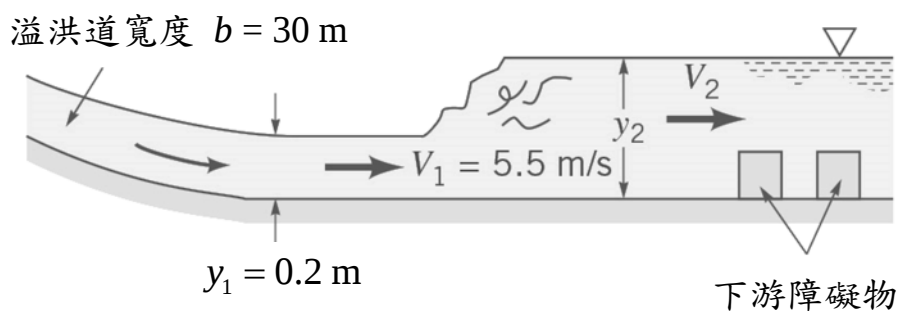
(一)請證明此速度勢函數滿足連續方程式（continuity equation），且為非旋性流場（irrotational flow）。（10 分）

(二)若 $(x, y) = (1, 1)$ 處的壓力為 200 kPa，試求在 $(x, y) = (2, 2)$ 處的壓力。（10 分）

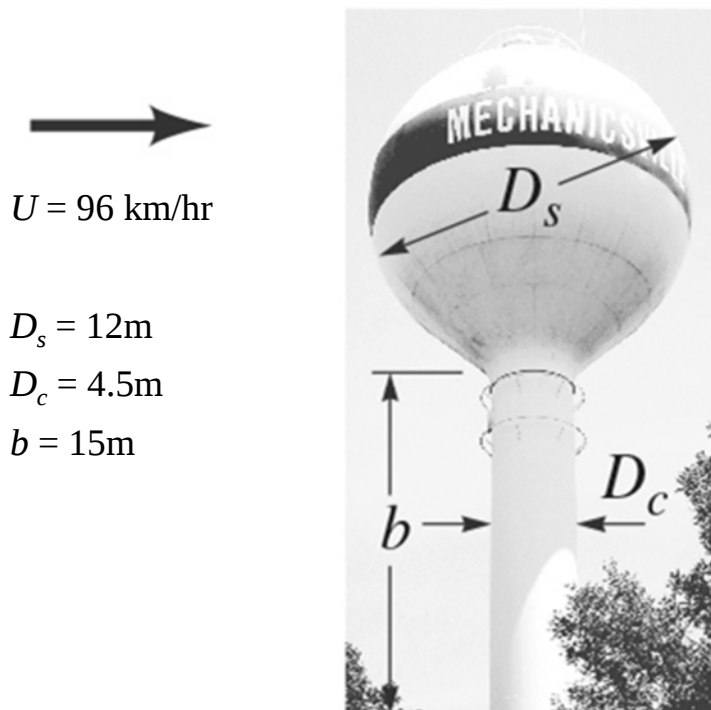
二、如下圖，溢洪道常以適當的發生水躍（hydraulic jump）現象來防止趾部沖刷，若水躍的上游水深 $y_1 = 0.2 \text{ m}$ 、速度 $V_1 = 5.5 \text{ m/s}$ ，溢洪道寬度 $b = 30 \text{ m}$ 。

(一)試求水躍的下游水深 y_2 、速度 V_2 及因發生水躍的能量損失功率。（10 分）

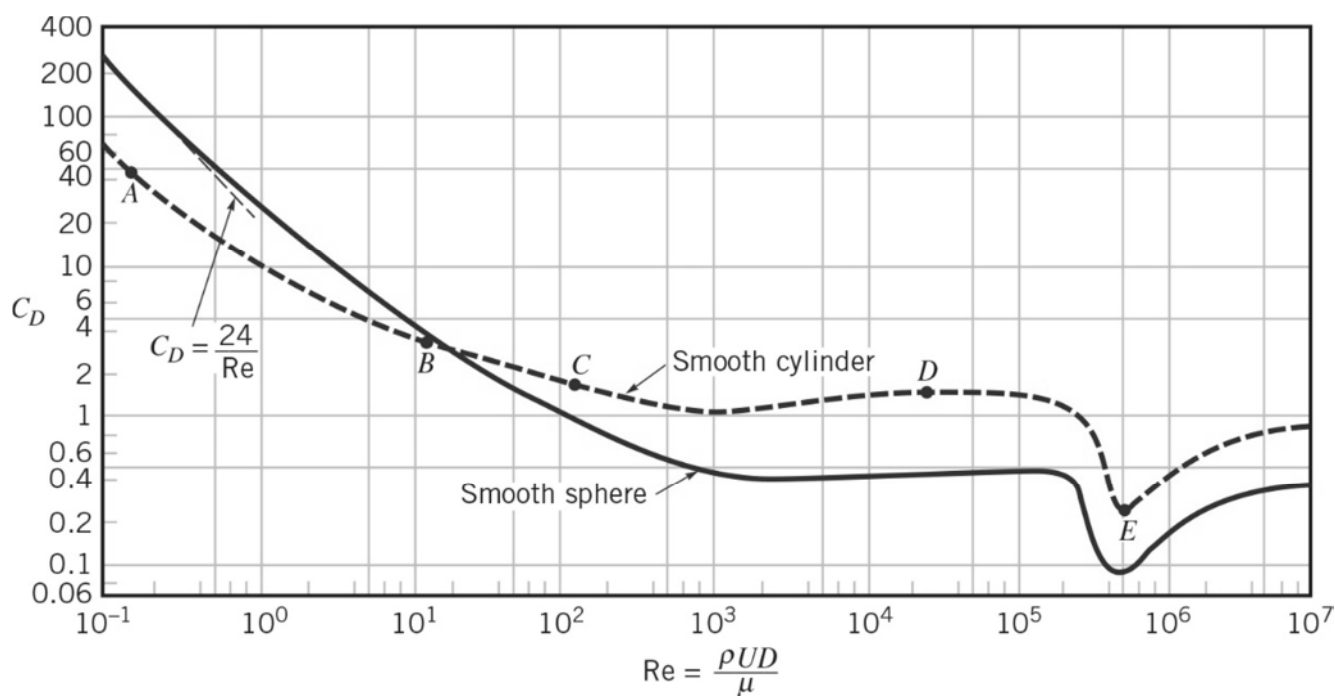
(二)說明水躍的上、下游水流屬何種特性之流況；請以一例說明如何適當的發生水躍現象來防止趾部沖刷。（10 分）



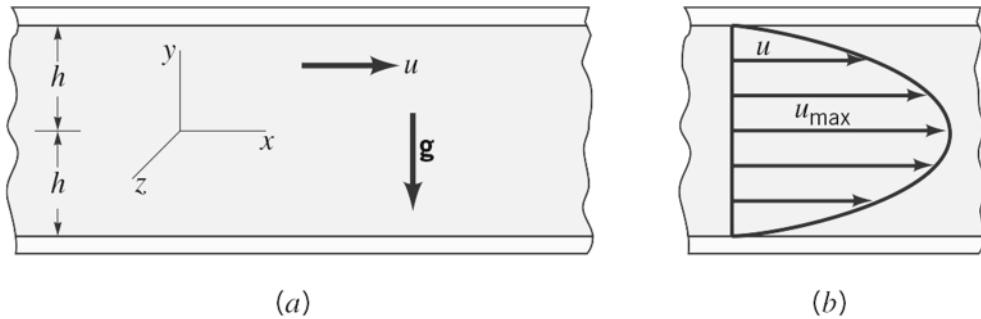
三、如下圖，風（密度 $\rho = 1.23 \text{ kg/m}^3$ ，黏滯度 $\mu = 1.75 \times 10^{-5} \text{ N}\cdot\text{s/m}^2$ ）以每小時 96 km 的速度作用於水塔結構物，水塔為球型，置於圓柱的上方，球型水塔的直徑 $D_s = 12 \text{ m}$ ，圓柱高度 $b = 15 \text{ m}$ 、直徑 $D_c = 4.5 \text{ m}$ 。球體及圓柱的阻力係數（drag coefficient）與 Reynolds 數的關係如附圖，試求圓柱底部固定端所需的抵抗力矩（torque），以維持水塔結構物免於傾倒。（20 分）



阻力係數與 Reynolds 數的關係圖：



- 四、兩平行固定板間的定量黏性流（steady viscous flow）如下圖所示，試以連續方程式及 Navier-Stokes 方程式推導速度剖面（velocity profile），並證明平均速度 V 與最大速度 $u_{\max}$ 的關係為 $V = \frac{2}{3}u_{\max}$ 。（20 分）



- 五、如下圖，流體流經橢圓形斷面結構物後發生週期性渦旋分離（vortex shedding）現象，該渦旋分離頻率（shedding frequency） ω 與斷面尺度 D 、 H 及流速 V 、流體密度 ρ 、黏滯度（viscosity） μ 相關。

- (一)請利用「Buckingham π 定理」推導渦旋分離頻率 ω 與相關參數之無因次關係式。（10 分）
- (二)若原型尺度之 $D = 0.2 \text{ m}$ 、 $H = 0.6 \text{ m}$ 及流速 $V = 5 \text{ m/s}$ ，模型實驗採和原型相同之流體，模型尺度之 $D = 5 \text{ cm}$ ，則模型的流速應為多少？如果在模型測得的渦旋分離頻率為 48 Hz ，則原型的渦旋分離頻率為多少 Hz ？（10 分）

