

類 科：核子工程

科 目：微積分與微分方程

考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、(一)設 $\vec{F}(x, y, z) = \frac{-y\vec{i} + x\vec{j}}{x^2 + y^2}$ ，求 $\text{div } \vec{F}$ 與 $\text{curl } \vec{F}$ 。(10分)

(二)設 $w = f(x, y, t)$ ， $x = g(y, t)$ ， $y = h(t)$ ，求 $\frac{dw}{dt}$ 。(10分)

(三)設 $f(x) = \int_0^x \frac{e^{t^2} - 1}{t^2} dt$ ，求 $f^{(5)}(0)$ 。(10分)

二、設 $c_1, c_2, \dots, c_n$ 為正常數且 $\sum_{i=1}^n c_i = 1$ ，而 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 為正實數。求 $\lim_{t \rightarrow 0^+} \left(\sum_{i=1}^n c_i x_i^t \right)^{\frac{1}{t}}$ 。(15分)

三、(一)求 $\int_0^{2\sqrt{2x-x^2}} \int_0^{\sqrt{x^2+y^2}} \sqrt{x^2+y^2} dy dx$ 。(10分)

(二)求 $\iint_R \frac{x-2y}{3x-y} dA$ ，而 R 為直線 $x-2y=0$ ， $x-2y=4$ ， $3x-y=1$ 與 $3x-y=8$ 所圍繞之平行四邊形。(15分)

四、求 $(y^2 - 3x^2)dx + 2xydy = 0$ ， $y|_{x=1} = 0$ 之特解。(15分)

五、求曲面 $(x = e^{u-v}, y = u - 3v, z = \frac{1}{2}(u^2 + v^2))$ 在點 $(1, -2, 1)$ 的切平面方程式。(15分)