

109年公務人員高等考試三級考試試題

代號：33480、33680
33880、37580
頁次：8-1

類 科：經建行政、工業行政、農業行政、交通技術

科 目：統計學

考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、美國職棒大聯盟的世界大賽系列賽是採7戰4勝制，即兩對戰球隊先取得4勝者為世界冠軍。因此，此系列賽最少要打4場而最多要打到7場才能決定世界冠軍。如果某年世界大賽系列賽是由球隊A對上球隊B，且給定每場比賽球隊A贏球機率及球隊B贏球機率皆為0.5，即5-5波，且每場比賽結果皆彼此獨立。如果隨機變數 X 代表此系列賽總售票數，且總售票數與此系列賽的總比賽場數關係為：總售票數 $=6400 \times (\text{總比賽場數})^2$ ，例如，如果此系列賽總比賽場數為4場，則總售票數為 $6400 \times 4^2 = 102400$ 。請問本系列賽總比賽場數最可能為幾場以及算出 X 的期望值 $E(X)$ ，即本系列賽預計的總售票數。(10分)

二、若一新生產機台其故障時間服從一平均值為 λ （天）的指數分配（exponential distribution）。假定 p_1 為此機台連續運轉不故障超過3天的機率， p_2 為給定此機台已連續運轉2天不故障情形下再連續運轉超過1天不故障的條件機率，且 $\log(p_2) - \log(p_1) = 4$ ，其中 $\log(a)$ 為數字 a 的自然對數值。試算出此生產機台在12小時內故障的機率。（指數 $e = 2.718$ ）(10分)

三、下列是關於最大概似估計量（maximum likelihood estimator）以及最小變異不偏估計量（minimum variance unbiased estimator）的問題。

(一)考慮下列隨機變數 X 其機率密度函數（probability density function）：

$$f(x) = \begin{cases} f_1(x), x \leq 1 \\ f_2(x), x > 1 \end{cases} = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-1)^2}{2\sigma^2}}, x \leq 1 \\ \frac{1}{2\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-1)^2}{8\sigma^2}}, x > 1 \end{cases}$$

其中 $f_1(x)$ 為一平均值為1及標準差為 σ 的常態機率密度函數（normal probability density function），而 $f_2(x)$ 為一平均值亦為1及標準差為 2σ 的常態機率密度函數。

下列為一組服從上述機率分配所得的隨機樣本：

2	5	3	0	-2	-3	7
---	---	---	---	----	----	---

請算出 σ^2 之最大概似估計量的值。（10分）

(二)若某一次國家考試其某考試科目共有25題單選題，隨機變數 X 代表考生答對題數，且 X 之分配是每題答對機率為 p 的二項式分配（binomial distribution），下列是隨機取得6個考生答對題數資料：

12	15	20	10	5	13
----	----	----	----	---	----

根據上述資料，請算出 X 的標準差之最大概似估計量的值及 p 的最小變異不偏估計量的值。（10分）

四、一保險公司精算人員利用下列簡單線性迴歸模型來建立某美食外送平台，其外送員車險理賠金額（ Y ）與理賠請求機車騎行里程數（ X ）之間的關係：

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i, i = 1, \dots, 20$$

其中 y_i （單位為千元）為第 i 件理賠請求的理賠金額，而 x_i （單位為公里）為第 i 件理賠請求機車之騎行里程數，共計20件理賠請求；隨機誤差 $\epsilon_1, \dots, \epsilon_{20}$ 為彼此獨立，期望值為0變異數皆為 σ^2 的常態分配。根據上述20件理賠請求，且利用最小平方法（least squares method）來估計 β_0 及 β_1 ，得到下列資訊： $x_1, \dots, x_{20}$ 與 $y_1, \dots, y_{20}$ 的相關係數為0.693， $y_1, \dots, y_{20}$ 之變異數為 $x_1, \dots, x_{20}$ 之變異數的0.52倍，估計迴歸關係式為：

$$\hat{Y} = 0.5 + 0.5X$$

(一)請算出判定係數（coefficient of determination） R^2 。（2分）

(二)在顯著水準 $\alpha = 0.05$ ，利用F檢定法檢定 $H_0: \beta_1 = 0$ 對 $H_1: \beta_1 \neq 0$ 。（4分）

(三)在顯著水準 $\alpha = 0.05$ ，利用t檢定法檢定 $H_0: \beta_1 \geq 1$ 對 $H_1: \beta_1 < 1$ 。（4分）

五、下列是關於母體平均以及母體比率之估計與檢定的問題：

(一)假定某地區的每日最高溫服從一平均值為 μ 及標準差為4的常態分配。

針對下列假設， $H_0: \mu = 28$ 對 $H_1: \mu = 30$ ，隨機取得16筆此地區當日最高溫資料。估計量 $\bar{X}$ 為樣本平均值。給定下列3種檢定法：

檢定法A：若 $\bar{X} > c$ 則拒絕 H_0 ，反之則不拒絕 H_0 ；

檢定法B：若 $\bar{X} > 30.17$ 則拒絕 H_0 ，反之則不拒絕 H_0 ；

檢定法C：若 $\bar{X} < 30.5$ 則拒絕 H_0 ，反之則不拒絕 H_0 。

已知檢定法A之檢定力（power）為0.1587，且設定顯著水準為 $\alpha = 0.015$ ，請計算 c 的值並決定上述3個檢定法那一個或那一些符合設定並有最大檢定力。（10分）

(二)一軟體公司欲比較一新版軟體是否較舊版軟體更能有效率執行程式；假定 μ_1 為舊版軟體執行測試程式的平均執行時間，而 μ_2 為新版軟體執行測試程式的平均執行時間，且 $x_1, \dots, x_6$ 為舊版軟體執行測試程式之執行時間的隨機資料，而 $y_1, \dots, y_6$ 為新版軟體執行測試程式之執行時間的隨機資料。給定下列資訊： $x_1, \dots, x_6$ 之平均值為7且變異數為5.6，而 $y_1, \dots, y_6$ 之平均值為6且變異數為2.4， $x_1, \dots, x_6$ 與 $y_1, \dots, y_6$ 之相關係數為0。請分別用獨立樣本（independent samples）t檢定法，即將 $x_1, \dots, x_6$ 與 $y_1, \dots, y_6$ 視為獨立樣本，及成對樣本（paired samples or matched samples）t檢定法，即將 $(x_1, y_1), \dots, (x_6, y_6)$ 視為成對樣本，在顯著水準 $\alpha = 0.01$ ，檢定 $H_0: \mu_1 \leq \mu_2 - 2.5$ 對 $H_1: \mu_1 > \mu_2 - 2.5$ 。（10分）

(三)某民調機構欲比較候選人A的支持率 p_1 與候選人B的支持率 p_2 的差異。下列是此民調機構關於兩候選人支持度的兩份問卷：

問卷	調查人數	支持此候選人人數
關於候選人A的問卷	4900	2450
關於候選人B的問卷	4900	n

已知根據上述問卷所得 $p_1 - p_2$ 之95%信賴區間其長度為0.0392，以及候選人A的支持人數大於候選人B的支持人數，即 $n < 2450$ 。請算出 n 的值，並利用上述問卷得到 p_2 的95%信賴區間。（10分）

六、欲比較3種品牌汽車其耗油程度，給定A品牌汽車其每公升行駛平均里程數為 μ_1 ，B品牌汽車其每公升行駛平均里程數為 μ_2 ，而C品牌汽車其每公升行駛平均里程數為 μ_3 。每種品牌各隨機抽測8台汽車並得到其每公升行駛里程數。下列是關於此3組樣本其相關資訊以及利用這3組樣本所做的統計分析：

此3組樣本其平均值為A品牌之平均里程數最大，而B品牌之平均里程數最小，此3組樣本其標準差皆相同，檢定 $H_0: \mu_1 = \mu_2$ 對 $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ 的獨立樣本t檢定其t統計量絕對值為2，檢定 $H_0: \mu_2 = \mu_3$ 對 $H_1: \mu_2 \neq \mu_3$ 的獨立樣本t檢定其t統計量絕對值為1。在顯著水準 $\alpha = 0.05$ ，請利用單因子變異數分析法(one-way ANOVA)來檢定此3種品牌汽車其耗油程度是否一致，即檢定 $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ 對 $H_1: \mu_1, \mu_2$ 以及 μ_3 並不完全相等。
(10分)

七、根據一份國人讀報偏好之報告指出，最常看A報的比率為 $p_1 = 0.25$ ，B報的比率為 $p_2 = 0.2$ ，C報的比率為 $p_3 = 0.15$ ，D報的比率為 $p_4 = 0.15$ ，而其他報的比率為 $p_5 = 0.25$ 。下列是一份關於民眾看報的問卷資料：

最常看報紙	A報	B報	C報	D報	其他報
人數	225	215	160	125	275

在顯著水準 $\alpha = 0.1$ ，利用上述問卷資料以及卡方檢定(chi-squared test)來驗證上述報告是否可靠，即檢定：

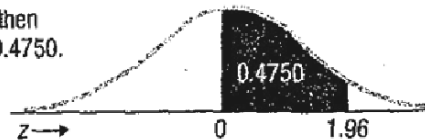
$H_0: p_1 = 0.25, p_2 = 0.2, p_3 = 0.15, p_4 = 0.15, p_5 = 0.25$ 對

$H_1: \text{並非 } p_1 = 0.25, p_2 = 0.2, p_3 = 0.15, p_4 = 0.15, p_5 = 0.25$ 。(10分)

附表一

Areas under the Normal Curve

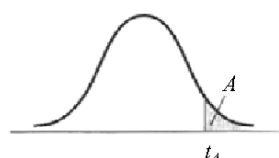
Example:
If $z = 1.96$, then
 $P(0 \text{ to } z) = 0.4750$.



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990

附表二

Critical Values of the Student t Distribution



Degrees of Freedom	$t_{.100}$	$t_{.050}$	$t_{.025}$	$t_{.010}$	$t_{.005}$
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
35	1.306	1.690	2.030	2.438	2.724
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
45	1.301	1.679	2.014	2.412	2.690
50	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678
55	1.297	1.673	2.004	2.396	2.668
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
65	1.295	1.669	1.997	2.385	2.654
70	1.294	1.667	1.994	2.381	2.648
75	1.293	1.665	1.992	2.377	2.643
80	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639
85	1.292	1.663	1.988	2.371	2.635
90	1.291	1.662	1.987	2.368	2.632
95	1.291	1.661	1.985	2.366	2.629
100	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626
110	1.289	1.659	1.982	2.361	2.621
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617
130	1.288	1.657	1.978	2.355	2.614
140	1.288	1.656	1.977	2.353	2.611
150	1.287	1.655	1.976	2.351	2.609
160	1.287	1.654	1.975	2.350	2.607
170	1.287	1.654	1.974	2.348	2.605
180	1.286	1.653	1.973	2.347	2.603
190	1.286	1.653	1.973	2.346	2.602
200	1.286	1.653	1.972	2.345	2.601
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

附表三

Critical Values of the F Distribution
at a 5 Percent Level of Significance



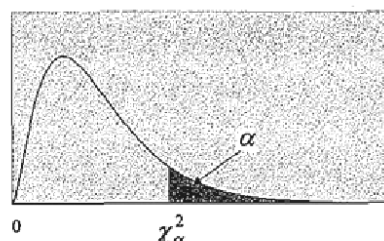
Degrees of Freedom for the Denominator

		Degrees of Freedom for the Numerator															
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	244	246	248	249	250	251	
2	18.5	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.5	19.5	19.5
3	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	

附表四

卡方分配臨界值表

$$P(\chi^2 > \chi^2_{\alpha}) = \alpha$$



$d.f.$	$\chi^2_{0.995}$	$\chi^2_{0.975}$	$\chi^2_{0.950}$	$\chi^2_{0.900}$	$\chi^2_{0.100}$	$\chi^2_{0.050}$	$\chi^2_{0.025}$	$\chi^2_{0.010}$
1	0.0000393	0.0009821	0.0039322	0.0157907	2.705541	3.841455	5.023903	6.634891
2	0.0100247	0.0506357	0.1025862	0.2107208	4.605176	5.991476	7.377779	9.210351
3	0.0717235	0.2157949	0.3518460	0.5843755	6.251394	7.814725	9.348404	11.3449
4	0.206984	0.484419	0.710724	1.063624	7.779434	9.487728	11.1433	13.2767
5	0.411751	0.831209	1.145477	1.610309	9.236349	11.0705	12.8325	15.0863
6	0.675733	1.237342	1.635380	2.204130	10.6446	12.5916	14.4494	16.8119
7	0.989251	1.689864	2.167349	2.833105	12.0170	14.0671	16.0128	18.4753
8	1.344403	2.179725	2.732633	3.489537	13.3616	15.5073	17.5345	20.0902
9	1.734911	2.700389	3.325115	4.168156	14.6837	16.9190	19.0228	21.6660
10	2.155845	3.246963	3.940295	4.865178	15.9872	18.3070	20.4832	23.2093
11	2.603202	3.815742	4.574809	5.577788	17.2750	19.6752	21.9200	24.7250
12	3.073785	4.403778	5.226028	6.303796	18.5493	21.0261	23.3367	26.2170
13	3.565042	5.008738	5.891861	7.041500	19.8119	22.3620	24.7356	27.6882
14	4.074659	5.628724	6.570632	7.789538	21.0641	23.6848	26.1189	29.1412
15	4.600874	6.262123	7.260935	8.546753	22.3071	24.9958	27.4884	30.5780
16	5.142164	6.907664	7.961639	9.312235	23.5418	26.2962	28.8453	31.9999
17	5.697274	7.564179	8.671754	10.0852	24.7690	27.5871	30.1910	33.4087
18	6.264766	8.230737	9.390448	10.8649	25.9894	28.8693	31.5264	34.8052
19	6.843923	8.906514	10.1170	11.6509	27.2036	30.1435	32.8523	36.1908
20	7.433811	9.590772	10.8508	12.4426	28.4120	31.4104	34.1696	37.5663
21	8.033602	10.2829	11.5913	13.2396	29.6151	32.6706	35.4789	38.9322
22	8.642681	10.9823	12.3380	14.0415	30.8133	33.9245	36.7807	40.2894
23	9.260383	11.6885	13.0905	14.8480	32.0069	35.1725	38.0756	41.6383
24	9.886199	12.4011	13.8484	15.6587	33.1962	36.4150	39.3641	42.9798
25	10.5196	13.1197	14.6114	16.4734	34.3816	37.6525	40.6465	44.3140
26	11.1602	13.8439	15.3792	17.2919	35.5632	38.8851	41.9231	45.6416
27	11.8077	14.5734	16.1514	18.1139	36.7412	40.1133	43.1945	46.9628
28	12.4613	15.3079	16.9279	18.9392	37.9159	41.3372	44.4608	48.2782
29	13.1211	16.0471	17.7084	19.7677	39.0875	42.5569	45.7223	49.5878
30	13.7867	16.7908	18.4927	20.5992	40.2560	43.7730	46.9792	50.8922
40	20.7066	24.4331	26.5093	29.0505	51.8050	55.7585	59.3417	63.6908
50	27.9908	32.3574	34.7642	37.6886	63.1671	67.5048	71.4202	76.1538
60	35.5344	40.4817	43.1880	46.4589	74.3970	79.0820	83.2977	88.3794
80	51.1719	57.1532	60.3915	64.2778	96.5782	101.879	106.629	112.329
100	67.3275	74.2219	77.9294	82.3581	118.498	124.342	129.561	135.807