

類 科：統計
科 目：統計學
考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、設隨機變數 X 服從平均數 $\mu = 0$ ，標準差為 σ 的常態分配；即 $X \sim N(0, \sigma^2)$ ，又 $X_1, X_2, \dots, X_{n_1}, X_{n_1+1}, X_{n_1+2}, \dots, X_{n_1+n_2}$ 為抽自 X 之一組大小為 $n_1 + n_2$ 之隨機樣本，令統計量：

$$S = \sum_{i=1}^{n_1} X_i / \sqrt{n_1} \sigma, \quad T = \sum_{j=n_1+1}^{n_1+n_2} X_j^2 / \sigma^2, \quad U = \frac{\sqrt{n_2} \sum_{i=1}^{n_1} X_i}{\sqrt{n_1} \sqrt{\sum_{j=n_1+1}^{n_1+n_2} X_j^2}} \quad \text{及} \quad V = \frac{n_2 \sum_{i=1}^{n_1} X_i^2}{n_1 \sum_{j=1}^{n_1+n_2} X_j^2}$$

試問：(每小題5分，共20分)

(一) S 之機率分配為何？

(二) T 之機率分配為何？

(三) U 之機率分配為何？

(四) V 之機率分配為何？

二、設隨機變數 X 具有如下之機率分配 $f(x)$ ：

x	1	2	3
f(x)	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	$(1-\theta)^2$

其中 θ 為未知參數，且 $0 < \theta < 1$ 。又已知抽自 X 之一組大小為 $n = 3$ 的隨機樣本資料為2, 1, 3。請根據此樣本資料：(每小題12分，共24分)

(一)試以動差法 (method of moments estimation) 求 θ 之點估計值 $\hat{\theta} = ?$

(二)試以最大概似法 (method of maximum likelihood estimation) 求 θ 之點估計值 $\hat{\theta} = ?$

三、甲公司A廠為日產500個小型變壓器的工廠，該廠品管經理隨機抽出10天的生產資料，並記錄其不良品數如下表：

天	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
不良品數	15	18	13	22	12	8	16	15	16	25

根據此樣本資料，是否顯示該廠每日產品的不良品數中位數(M)為20？試取顯著水準 $\alpha = 0.05$ ，以符號檢定法檢定之。(12分)

四、某公司先後引進3部機器生產甲產品，公司管理部門想了解其生產效率之差異，找了4位操作員分別在這3部機器上操作5次，這4位操作員在3部機器上的操作順序完全隨機安排，今紀錄操作員完成生產的工作時間，共得到60筆資料。若資料適合做變異數分析，且經電腦分析得到下列ANOVA表：

變異來源	平方和(SS)	自由度(df)	均方(MS)	F值	$F_{0.05}(v_1, v_2)$
操作員(A)	16.80	3	5.60	5.83	2.81
機器(B)	6.22	2	3.11	3.24	3.20
A×B交互作用	3.66	6	0.61	0.64	2.30
誤差	46.08	48	0.96		
總變異	72.76	59			

在給定顯著水準 $\alpha = 0.05$ 下，則：

(一)操作員和機器間有無交互作用？請說明依據。(6分)

(二)若不考慮交互作用，而將機器當做集區(Block)，再做變異數分析。在此模式下，請寫出其ANOVA表，並試問操作員之平均操作時間是否有顯著差異？請說明依據。(10分)

(三)若不考慮機器間的差異，只討論操作員的單一因子的變異數分析。則在此模式下，請寫出其ANOVA表，並試問操作員之平均操作時間是否有顯著差異？請說明依據。(10分)

五、桃園國際機場在106～108年各季之入境來臺外國旅客人數（單位：萬人）統計如下表：

年 \ 季	1	2	3	4
106	238	242	243	289
107	262	242	251	297
108	270	282	267	289

交通部統計單位根據上述資料，以移動平均法求得桃園國際機場在106～108年各季之入境來臺外國旅客人數季節指數（單位：%）如下表：

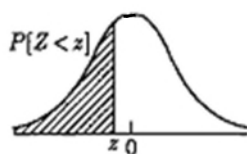
季	1	2	3	4
季節指數(S_i)	98.67	96.47	94.57	110.29

- (一)試求經季節調整後之108年第4季在桃園國際機場入境來臺外國旅客人數 $y_{108.4}$ = ?（5分）
- (二)試以最小平方方法求經季節調整後，在桃園國際機場入境來臺外國旅客人數之長期趨勢方程式。（8分）
- (三)請根據(二)之結果，試預測經季節調整後之109年第2季在桃園國際機場入境來臺外國旅客人數 $y_{109.2}$ = ?（5分）

註1：本試題可能使用的統計表之參考值如下：

$$\begin{aligned} F_{0.025}(2, 40) &= 4.05, F_{0.025}(3, 40) = 3.46, F_{0.025}(6, 40) = 2.74, F_{0.025}(2, 60) = 3.93, \\ F_{0.025}(3, 60) &= 3.34, F_{0.025}(6, 60) = 2.63, F_{0.05}(2, 40) = 3.23, F_{0.05}(3, 40) = 2.84, \\ F_{0.05}(6, 40) &= 2.34, F_{0.05}(2, 60) = 3.15, F_{0.05}(3, 60) = 2.76, F_{0.05}(6, 60) = 2.25 \end{aligned}$$

註2：標準常態機率分配表， $Z \sim N(0,1)$



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-3.5	.0002	.0002	.0002	.0002	.0002	.0002	.0002	.0002	.0002	.0002
-3.4	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0002
-3.3	.0005	.0005	.0005	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0003
-3.2	.0007	.0007	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006	.0005	.0005	.0005
-3.1	.0010	.0009	.0009	.0009	.0008	.0008	.0008	.0008	.0007	.0007
-3.0	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011	.0010	.0010
-2.9	.0019	.0018	.0018	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
-2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
-2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
-2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
-2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
-2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
-2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
-2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
-2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
-2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
-1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
-1.8	.0359	.0351	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
-1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
-1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
-1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
-1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0721	.0708	.0694	.0681
-1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
-1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
-1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
-1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
-.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
-.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
-.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2297	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
-.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
-.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
-.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
-.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3483
-.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
-.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
-.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641