

109年公務人員高等考試三級考試試題

類 科：統計
科 目：迴歸分析
考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、下表為2019年不動產經營業依據實價交易總金額、房仲店數，及平均每店全年傭收資料。 X_3 之定義為：若該縣市非為直轄市定義為0，若該縣市為直轄市定義為1。

縣市	X_1	Y	X_2	X_3
	房仲店數	交易總金額（億）	平均每店全年傭收（萬）	直轄市
臺南市	437	2601	1666	1
新北市	1167	6750	1620	1
高雄市	704	3906	1533	1
桃園市	904	4806	1489	1
新竹縣市	411	1815	1236	0
彰雲投	457	1970	1207	0
臺中市	1323	5523	1169	1
臺北市	1375	5306	1081	1
其他縣市	850	2859	942	0

以交易總金額為反應變數，得到下列迴歸估計結果：

模型		估計值	標準誤	s	R^2
A	截距項	482.770	747.674	869	0.783
	X_1	4.089	0.813		
B	截距項	2024.181	3391.482	1823	0.045
	X_2	1.450	2.514		
C	截距項	2214.667	718.778	1245	0.555
	X_3	2600.667	880.320		
D	截距項	-4006.893	727.336	323.1	0.974
	X_1	4.586	0.311		
	X_2	3.066	0.459		
E	截距項	411.784	599.364	695.6	
	X_1	3.148	0.777		
	X_3	1302.549	586.997		
F	截距項	4766.304	2455.545	1229	0.628
	X_2	-2.261	2.083		
	X_3	3274.570	1068.252		
G	截距項	-6603.893	671.369	156.3	0.995
	X_1	5.774	0.302		
	X_2	4.885	0.458		
	X_3	-1235.952	272.105		

表中 s 為迴歸誤差之標準差的估計值。以顯著水準為0.05，回答下列問題：

- (一)檢定各模型中 X_2 之係數顯著性，並比較其結果。(16分)
- (二)分別解釋並比較模型C與G中 X_3 之係數估計值的意義。(5分)
- (三)寫出模型D的變異數分析表 (analysis of variance table)，並檢定其迴歸係數是否皆等於0。(10分)
- (四)計算模型E的 R^2 。(6分)
- (五)若以向前選取 (forward selection) 方法，請詳述選取變數的程序及最終會選到那些變數。(15分)
- (六)若以向後剔除 (backward elimination) 方法，請詳述選取變數的程序及最終會選到那些變數。(8分)

二、若隨機變數 (X,Y) 為二維常態分配，且 X 之均數為 μ_x 、變異數為 σ_x^2 ， Y 之均數為 μ_y 、變異數為 σ_y^2 ， X 與 Y 之相關係數為 ρ 。

(一)在給定 $X = x_i$ 的情況下， Y 之條件分配亦為常態分配，證明其均數為：

$$\mu_{y|x} = \mu_y + \rho \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x_i - \mu_x), i=1,2,\dots,n$$

變異數表達為 $\sigma_{y|x}^2 = \sigma_y^2 (1 - \rho^2)$ ， n 為觀測值個數。(12分)

(二)若將上述的結果表達為解釋變數 X 及反應變數 Y 之簡單線性迴歸模型如下：

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \epsilon_i, i=1,2,\dots,n$$

ϵ_i 為隨機誤差；亦即

$$Y_i | X_i = x_i \sim N(\beta_0 + \beta_1 x_i, \sigma^2)$$

請將 β_0 、 β_1 及 σ^2 重新以 μ_x 、 σ_x^2 、 μ_y 、 σ_y^2 與 ρ 等符號表達之。(6分)

(三)寫出 ϵ_i 的分配。(4分)

(四)證明 $\sigma_y^2 \geq \sigma^2$ 。並說明在何種的狀況下 $\sigma_y^2 = \sigma^2$ 。(8分)

(五)若 r_{XY} 為變數 X 與 Y 之樣本相關係數， R^2 為該迴歸模型之判定係數 (coefficient of determination)，證明 $r_{XY}^2 = R^2$ 。(10分)

