

115年公務人員特種考試警察人員、一般警察人員、
國家安全局國家安全情報人員及移民行政人員考試試題

考試別：國家安全情報人員考試

等別：三等考試

類科組別：數理組（選試英文）

科目：數論

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

- 一、已知 $f(x) = (2x^3 - 3x^2 + x + a)^3$ ，其展開式的各項係數總和為 8，求 $f(x)$ 的奇次項係數總和。(10 分，須有計算過程)
- 二、已知多項式 $x^2 + x + 2$ 能整除多項式 $x^5 + x^4 + x^3 + px^2 + 2x + q$ ，求 p 和 q 的值。(10 分，須有計算過程)
- 三、假設 $p = 3k + 2$ 是一個質數。試證：如果 p 可整除多項式 $a^2 + ab + b^2$ (a 和 b 都是整數)，則 a 和 b 必定都是 p 的倍數。(15 分)
- 四、試求出 25^{8000} 除以 7 的餘數是多少？(10 分，須有計算過程)
- 五、令 $N = p \times q = 55$ ，欲利用 $e = 7$ 進行 RSA 加密，亦即 $12^7 \bmod 55 = X$ (X 即為加密的密文)，試解出 X 。(15 分)
- 六、試求 $3 \bmod 20$ 的乘法逆元。(10 分，須有計算過程)
- 七、 $M_p = 2^p - 1$ ，請分別驗證 M_7 與 M_{11} 是否為梅森質數 (Mersenne prime)？(20 分，各 10 分)
- 八、試論證二次同餘方程 $X^2 \equiv 13 \pmod{101}$ 是否有整數解？(10 分)