

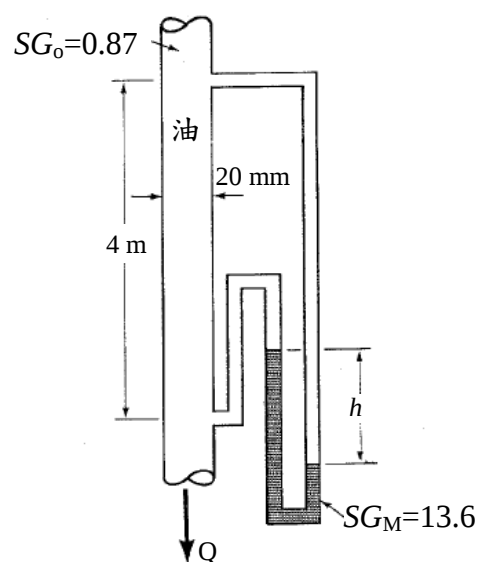
等 別：高等考試
類 科：水利工程技師
科 目：流體力學
考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

- 一、一管流壓力量測設置如下圖所示，管內淺色為不可壓縮黏滯性之流體（油），其比重 $SG_0 = 0.87$ ，運動黏度 $\nu = 2.2 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ ，以流量 $Q = 4 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ 流經管徑為 20 mm 之垂直圓管。圓管右側壓力計內之深色液體比重 $SG_M = 13.6$ ，測量長度為 4 m。圖中重力方向向下，試計算壓力計所測得之讀數 h 。（25 分）



- 二、以水工模型研究水庫及其溢洪道的流況，其模型縮比皆為 1：100，忽略表面張力及黏滯性的影響，試問：

- (一)若欲獲得完全相似性，須滿足那些條件？（5 分）
- (二)若水庫原型放水為 10 小時，則模型放水的時間為何？（5 分）
- (三)模型中量得溢洪道壩頂的流速為 0.5 m/s，現場中該位置之流速為何？（5 分）
- (四)現場流量為 $2 \times 10^3 \text{ m}^3/\text{s}$ ，則模型試驗時流量應為何？（10 分）

- 三、試繪圖說明下列勢流（Potential flows）流線函數（ ψ ，Stream function）之流線（Stream lines）。下列五小題中， (r, θ) 及 (x, y) 分別為極坐標及直角坐標之坐標變數，其他符號皆為大於零（ >0 ）之物理參數。（每小題 5 分，共 25 分）

(一) $\psi = 2r^2 \sin 2\theta$ 。

(二) $\psi = U(y \cos \alpha - x \sin \alpha) = Ur \sin(\theta - \alpha)$ ，其中 $0 < \alpha < \pi/2$ 。

(三) $\psi = -\frac{\Gamma}{2\pi} \ln r$ 。

(四) $\psi = Ur \sin \theta + \frac{m}{2\pi} \theta$ 。

(五) $\psi = Ur \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) \sin \theta$ 。

(請接背面)

等 別：高等考試
類 科：水利工程技師
科 目：流體力學

四、考慮一無黏滯性、密度為常數且受到保守外力作用的不可壓縮流體之動量方程式 (Euler equations)：

$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nabla G$ ，其中 $\mathbf{u}$ 為流速、 t 為時間、 ρ 為密度、 p 為壓力、 G 為保守外力之勢能函數。

(一)若流場為穩態，試證明在任意流線上 $\frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} \mathbf{u}^2 - G = \text{常數}$ 。(15分)

(二)若流場為非穩態之無旋流場 (irrotational flows)，試推導：

$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} \nabla \phi \cdot \nabla \phi - G = F$ ，其中 ϕ 為速度勢能函數。並證明 F 為一僅與時間相關之函數，即在特定時間下流場任意處的 F 值均相同。(10分)

提示： $\nabla \left(\frac{1}{2} \mathbf{u}^2 \right) = \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} + \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{u})$ 。