

等 別：一級考試
類 科：物理
科 目：近代物理研究
考試時間：3 小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、請解釋為什麼典型的 X 光譜包括下列兩種：

(一)連續光譜 (Continuous spectrum)。(4 分)

(二)不連續線性光譜 (Discrete line spectrum)。(4 分)

二、在輻射衰變過程，設 ${}_Z^AX$ 表示母核，其中 Z 是 atomic number， A 是 mass number，並以 X' 表示子核。請說明下列三種輻射衰變：(一)Alpha α decay，並寫出其衰變過程方程式和衰變 Q 值。(3 分)(二)Beta β decay，共有三種衰變，分別寫出其各自衰變過程方程式和衰變 Q 值。(6 分)(三)Gamma γ decay。(3 分)三、在輻射衰變過程，設 N_0 為放射原子核在時間 $t=0$ 時之數目， λ 為衰變常數 (decay constant)。(一)經過時間 t 時，其放射原子核的數目為 $N(t)$ ，證明 $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ 。(4 分)(二)設某一個同位素的半衰期為 34650 年，試求出經過 1000 年後，其 N/N_0 之比值為何？(註： $\ln 2 = 0.693$) (6 分)

四、考慮一度空間的階躍位能 (step potential) 如下所示：

$$V(x) = V_0, \quad x \geq 0$$

$$V(x) = 0, \quad x < 0$$

一個粒子從左邊 ($x < 0$) 往 $+x$ 方向入射經過 $x=0$ ，其總能量為 E 。(一)設 $E > V_0$ ，求在 $x=0$ 其穿透係數 (transmission coefficient) T 和反射係數 (reflection coefficient) R 之總和為何？($T+R=?$) (9 分)(二)設 $E < V_0$ ，求其能穿透進入 $+x$ 方向之穿透深度 (penetration distance) Δx 為何？此處 Δx 定義為從 $x=0$ 到其穿透機率降到 $1/e$ 之點的距離。(5 分)五、一個粒子被限制在一維之無限大位能井內運動，井寬為 L 。位能如下所示：

$$V(x) = \infty, \quad x = -\frac{L}{2} \text{ and } x = +\frac{L}{2}$$

$$V(x) = 0, \quad -\frac{L}{2} < x < +\frac{L}{2}, \text{ 取波函數之歸一常數為 } \sqrt{2/L}$$

已知在時間 $t=0$ 時，此粒子之波函數為 $\psi(x,0) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right) + \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{4\pi x}{L}\right)$ 算出在較晚時間 $t > 0$ 時，此粒子之波函數 $\psi(x,t)$ 為何？(12 分)

(請接背面)

等 別：一級考試
類 科：物理
科 目：近代物理研究

六、已知氫原子基態之徑向函數 (radial function) $R_{10}(r) = \frac{2}{a_0^{3/2}} e^{-r/a_0}$

(一)證明在此 1s 態之徑向機率密度 (radial probability density) $P(r)$ 在 $r = a_0$ 時，為極大值。 a_0 為 Bohr radius。(5 分)

(二)在此 1s 態，求 $\left\langle \frac{1}{r} \right\rangle$ 之平均值和位能 $\langle V \rangle$ 之平均值。(6 分)

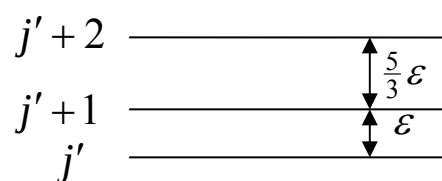
(三)已知在此 1s 態之總能量 $E = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 a_0}$ ，求動能 $\langle K \rangle$ 之平均值。(3 分)

$$\int_0^\infty x^n e^{-bx} dx = \frac{n!}{b^{n+1}}$$

七、在 LS 耦合分裂 (LS coupling splitting) 中

(一)畫出 5p4f 組態之 LS 耦合分裂之所有能階，並以光譜符號標記每個能階。(10 分)

(二)某一原子的能階間隔關係，如圖所示。請利用 Lande 間隔定則 (Lande interval rule) 訂定出這些能階所對應之量子數 s' 、 ℓ' 、 j' 。(8 分)



八、某一原子在弱外加磁場下，求以能階圖畫出從第一激態 $^2P_{3/2}$ 到基態 $^2S_{1/2}$ 之 Zeeman splitting 的能階，並畫出可能的容許躍遷和找出光譜線的數目。(12 分)