

大學入學考試中心
九十二學年度學科能力測驗(補考)試題
數學考科

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

題型題數：單一選擇題 7 題，多重選擇題 5 題，填充題第 A 至 H 題共 8 題

作答方式：• 用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答，修正時應以橡皮擦拭，切勿使用修正液
• 答錯不倒扣

作答說明：在答案卡適當位置選出數值或符號。請仔細閱讀下面的例子。

(一) 填答選擇題時，只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到 -, ±, 以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若第 1 題的選項為(1)3 (2)5 (3)7 (4)9 (5)11，而正確的答案為 7，亦即選項(3)時，考生要在答案卡第 1 列的 $\boxed{3}$ 劃記（注意不是 7），如：

解 答 欄													
1	$\boxed{1}$	$\boxed{2}$	$\boxed{3}$	$\boxed{4}$	$\boxed{5}$	$\boxed{6}$	$\boxed{7}$	$\boxed{8}$	$\boxed{9}$	$\boxed{0}$	$\boxed{-}$	$\boxed{\pm}$	

例：若多重選擇題第 10 題的正確選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡的第 10 列的 $\boxed{1}$ 與 $\boxed{3}$ 劃記，如：

10	$\boxed{1}$	$\boxed{2}$	$\boxed{3}$	$\boxed{4}$	$\boxed{5}$	$\boxed{6}$	$\boxed{7}$	$\boxed{8}$	$\boxed{9}$	$\boxed{0}$	$\boxed{-}$	$\boxed{\pm}$
----	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	---------------

(二) 填充題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生必須

分別在答案卡上的第 18 列的 $\boxed{3}$ 與第 19 列的 $\boxed{8}$ 劃記，如：

18	$\boxed{1}$	$\boxed{2}$	$\boxed{3}$	$\boxed{4}$	$\boxed{5}$	$\boxed{6}$	$\boxed{7}$	$\boxed{8}$	$\boxed{9}$	$\boxed{0}$	$\boxed{-}$	$\boxed{\pm}$
19	$\boxed{1}$	$\boxed{2}$	$\boxed{3}$	$\boxed{4}$	$\boxed{5}$	$\boxed{6}$	$\boxed{7}$	$\boxed{8}$	$\boxed{9}$	$\boxed{0}$	$\boxed{-}$	$\boxed{\pm}$

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 $\boxed{-}$ 與第 21 列的 $\boxed{7}$ 劃記，如：

20	$\boxed{1}$	$\boxed{2}$	$\boxed{3}$	$\boxed{4}$	$\boxed{5}$	$\boxed{6}$	$\boxed{7}$	$\boxed{8}$	$\boxed{9}$	$\boxed{0}$	$\boxed{-}$	$\boxed{\pm}$
21	$\boxed{1}$	$\boxed{2}$	$\boxed{3}$	$\boxed{4}$	$\boxed{5}$	$\boxed{6}$	$\boxed{7}$	$\boxed{8}$	$\boxed{9}$	$\boxed{0}$	$\boxed{-}$	$\boxed{\pm}$

※試題後附有參考公式及可能用到的對數值與參考數值

第一部分：選擇題

壹、單一選擇題

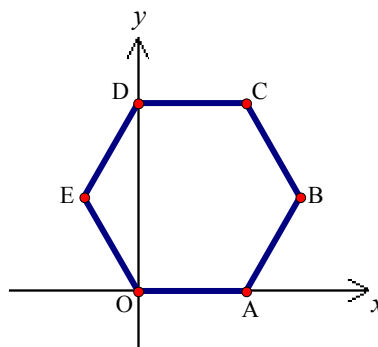
說明：第 1 至 7 題，每題選出最適當的一個選項，標示在答案卡之「解答欄」，每題答對得 5 分，答錯不倒扣。

1. 若六位數 $92a92b$ 可被 9 整除，則 $a+b$ 之值可能為

- (1) 1 (2) 3 (3) 5 (4) 7 (5) 9

2. 如右圖， $OABCDE$ 為坐標平面上一正六邊形，其中 O 為原點， A 點坐標為 $(2,0)$ ，則向量 $\overrightarrow{DE}$ 之坐標表法為

- (1) $(1, \sqrt{3})$
(2) $(-1, -\sqrt{3})$
(3) $(\sqrt{3}, 1)$
(4) $(-\sqrt{3}, -1)$
(5) $(-1, \sqrt{3})$

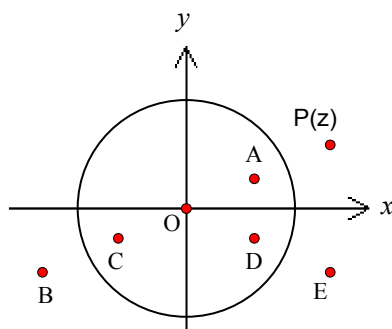


3. 下列選項當中何者的值最大？

- (1) $\sin 20^\circ \cos 20^\circ$
(2) $\sin 35^\circ \cos 35^\circ$
(3) $\sin 50^\circ \cos 50^\circ$
(4) $\sin 65^\circ \cos 65^\circ$
(5) $\sin 80^\circ \cos 80^\circ$

4. 試問有多少個正整數 n 滿足 $100 \leq (1.5)^n \leq 500$?
(1) 3 個 (2) 4 個 (3) 5 個 (4) 6 個 (5) 7 個
5. 某君在一廣場上從某一點出發，先往東北方前進 50 公尺後轉往正西方向行進，一段時間後測得原出發點在他的南偏東 60° 方向；則此時他距原出發點大約
(1) 35 公尺 (2) 43 公尺 (3) 50 公尺 (4) 71 公尺 (5) 87 公尺
6. 設坐標空間的原點為 O ，點 P 的坐標為 $(3, 4, 7)$ 。若 Q 點在 xy -平面上移動，問 Q 點為下列選項中哪一點時， $\angle POQ$ 最小？
(1) $(3, 3, 0)$ (2) $(3, 4, 0)$ (3) $(4, 3, 0)$ (4) $(5, 12, 0)$ (5) $(12, 5, 0)$
7. 如右圖，複數 z 在平面上對應的點 P 在單位圓 O 的外部，問複數 $\frac{1}{z}$ 對應的點大概是哪一點？

- (1) A
(2) B
(3) C
(4) D
(5) E



貳、多重選擇題

說明：第 8 至 12 題，每題至少有一個選項是正確的，選出正確選項，標示在答案卡之「解答欄」。每題答對得 5 分，答錯不倒扣，未答者不給分。只錯一個可獲 2.5 分，錯兩個或兩個以上不給分。

8. 空間中兩相異球面的交集可能是

- (1) 空集合 (2) 一點 (3) 兩點 (4) 一圓 (5) 兩圓

9. 已知坐標平面上一拋物線 C 之對稱軸與坐標軸平行，且 C 通過 $(-1,6)$ 與 $(3,6)$ 兩點，試問下列哪些敘述是正確的？

- (1) C 與 x -軸必相交；
(2) C 與 y -軸必相交；
(3) 如果 C 通過 $(2,5)$ ，則可找到實數 $r \neq 2$ 而 C 也通過 $(r,5)$ ；
(4) 如果 C 通過 $(4,8)$ ，則可找到實數 $s \neq 8$ 而 C 也通過 $(4,s)$ ；
(5) 如果 C 通過 $(0,3)$ ，則 C 的頂點之 y -坐標為 2。

10. 關於三次多項式 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 1$ ，試問下列哪些敘述是正確的？

- (1) $f(x) = 0$ 有實根落在 0 與 1 之間；
(2) $f(x) = 0$ 有實根大於 1；
(3) $f(x) = 0$ 有實根小於 -1；
(4) $f(x) = 0$ 有實根也有虛根；
(5) $f(x) = 10$ 有實數解。

11. 考慮坐標空間中三平面 $x+2y-3z=1$, $x+3y-2z=-1$ 及 $x+by+cz=1$

(b, c 為實數), 試問下列哪些敘述是正確的?

- (1) 當 $b=1, c=1$ 時, 三平面沒有共同交點;
- (2) 當 $b=-1, c=1$ 時, 三平面恰交於一點;
- (3) 當 $b=4, c=-1$ 時, 三平面恰交於一點;
- (4) 當 $b=1, c=-4$ 時, 三平面恰交於一直線;
- (5) 當 $b=2, c=-3$ 時, 三平面恰交於一直線。

12. 九十一學年度指定科目考試約有 5 萬 4 千名考生報考「數學甲」, 考生得分情形 (由低至高) 如下表, 第一列為得分範圍 (均含下限不含上限), 第二列為得分在該區間之人數佔全體考生之百分比。

0~10	10~20	20~30	30~40	40~50	50~60	60~70	70~80	80~90	90~100
10.45	8.18	11.85	14.96	16.0	15.28	10.81	7.06	3.84	1.57

試問下列有關該次考試考生得分之敘述有哪些是正確的?

- (1) 全體考生得分之中位數在 40 分 (含) 與 50 分 (不含) 之間;
- (2) 全體考生得分 (由低至高) 之第一四分位數在 20 分 (含) 與 30 分 (不含) 之間;
- (3) 全體考生得分 (由低至高) 之第三四分位數在 50 分 (含) 與 60 分 (不含) 之間;
- (4) 不到三成的考生得分少於 30 分;
- (5) 如果將得分 ≥ 60 分看成及格, 則有四成以上的考生成績及格。

第二部分：填充題

說明：1.第 A 至 H 題，將答案標示在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (13–31)。
2.每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 某高中高三學生依選考類組分成三班，各班學生人數分別為 40, 25, 35 人，第一次段考數學科各班老師算出該班平均成績分別為 69, 78, 74 分，則這次考試全年級的平均成績是 13 14 分。(計算到整數為止，小數點以後四捨五入。)

B. 設多項式 $(x+1)^6$ 除以 x^2+1 的餘式為 $ax+b$ ，則 $a = \underline{15\ 16}$ ， $b = \underline{17}$ 。

C. 解方程式 $\log_3 x^7 + \log_{\frac{1}{3}} x = 24$ ，得 $x = \underline{18\ 19}$ 。

D. 試問不等式 $(x^2 - 4x + 2)(2x - 5)(2x - 37) \leq 0$ 有多少個整數解？
答： 20 21 個。

E. 有一正四面體的公正骰子，四面點數分別為 1, 2, 3, 4。將骰子丟三次，底面的點數分別為 a, b, c ，則這三個數可作為三角形三邊長的機率是 $\frac{22\ 23}{24\ 25}$ 。(化成最簡分數)

F. 設 P 為橢圓 $\Gamma: \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 上的一點且位在上半平面。若 F_1 、 F_2 為 Γ 之焦點，且 $\angle F_1PF_2$ 為直角，則 P 點的 y -坐標為 $-\frac{\textcircled{26}}{\textcircled{27}}$ 。(化成最簡分數)

G. 設 (a, b) 為二次曲線 $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0$ 上的點，則 $a^2 + b^2 - 2b$ 的最大值為 $\frac{\textcircled{28}\textcircled{29}}{\textcircled{29}}$ 。

H. 在坐標平面上，一道光線通過原點 O 後，沿著 y -軸射向直線 $L: y = \frac{1}{2}x + 1$ ，碰到直線 L 後，假設光線依光學原理（入射角等於反射角）反射後通過 x -軸上的 R 點，則 R 點的 x -坐標為 $\frac{\textcircled{30}}{\textcircled{31}}$ 。(化成最簡分數)

參考公式及可能用到的數值

1. 一元二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ 的公式解：
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

2. 通過 (x_1, y_1) 與 (x_2, y_2) 的直線斜率 $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, $x_2 \neq x_1$.

3. 等比數列 $\langle ar^{n-1} \rangle$ 的前 n 項之和 $S_n = \frac{a \cdot (1 - r^n)}{1 - r}$, $r \neq 1$.

4. $\triangle ABC$ 的正弦及餘弦定理

(1) $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$, R 為外接圓的半徑(正弦定理)

(2) $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ (餘弦定理)

5. 統計公式：

算術平均數 $M(=\bar{X}) = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

標準差 $S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}$

6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ； $\sqrt{3} \approx 1.732$ ； $\sqrt{5} \approx 2.236$ ； $\sqrt{6} \approx 2.449$ ； $\pi \approx 3.142$

7. 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$, $\log_{10} 3 \approx 0.4771$, $\log_{10} 5 \approx 0.6990$, $\log_{10} 7 \approx 0.8451$