

等 別：四等考試
類 科：經建行政、交通技術
科 目：統計學概要
考試時間：1 小時 30 分

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、投擲兩個公正六面骰子一次，設隨機變數 X 為出現點數 2 的個數。請回答下列問題：

(一)寫出題目所述的實驗 (experiment) 的樣本空間 (sample space)。(5 分)

(二)求隨機變數 X 的動差母函數 (moment generating function)。(6 分)(三)求機率 $P(X \geq 1)$ 。(3 分)

二、請回答下列問題：

(一)寫出樣本平均數與樣本變異數的計算公式。(8 分)

(二)寫出母體 (population) 平均數與母體變異數的定義及計算公式。(8 分)

(三)說明什麼狀況下，會以樣本平均數來替代 (估計) 母體平均數。(5 分)

三、已知隨機變數 X 與 Y 的聯合機率密度函數為 $f(x, y) = \frac{1}{c}$ ， $0 \leq x \leq y \leq 2$ ，其中 c 為常數。

請回答下列問題：

(一)求常數 c ，以滿足題目所述的 $f(x, y)$ 構成一機率密度函數。(6 分)(二)分別求 X 與 Y 的邊際密度函數， $f_X(x)$ 與 $f_Y(y)$ 。(6 分)(三)求給定 $X = x$ 下， Y 的條件機率密度函數， $f_{Y|X}(y|x)$ 。(5 分)(四)求給定 $X = x$ 下， Y 的條件平均數與條件變異數， $\mu_{Y|X}$ 和 $\sigma_{Y|X}^2$ 。(6 分)(五)根據題(三)之結果，回答給定 $X = x$ 下， Y 的條件分配是何種分配？

(回答分配名稱及其參數。)(6 分)

四、假設有組 50 筆的資料如下所示：

70 40 63 58 77 53 69 65 67 41 63 62 42 63 57 59 77 59 67 57

69 62 47 63 42 56 69 66 70 55 54 66 67 60 77 49 74 75 77 76

52 61 42 44 68 60 53 49 58 67。(不提供統計分配的百分位數值，依觀念可判斷是否棄卻假設。)($z_{0.1} = -1.282$, $z_{0.2} = -0.8146$, $z_{0.25} = -0.6745$ 。)

請回答下列問題：

(一)以卡方適合度檢定對此資料的分配檢定是否為常態分配，顯著水準為 0.05。(需包括虛無假設與對立假設、檢定統計量、計算過程、棄卻域 (rejection region) 與結論。)(分四組檢定即可)(20 分)

(二)檢定此組資料的平均數是 60，顯著水準為 0.1。(需包括虛無假設與對立假設、檢定統計量、計算過程、棄卻域與結論。)(16 分)

本試題可能使用之查表值如下：

1. $\chi_{n, \alpha}^2$ (具有自由度 n 之卡方分配右尾之機率為 α 的 χ^2 值)：

$$\chi_{1,0.05}^2 = 3.841, \chi_{2,0.05}^2 = 5.991, \chi_{3,0.05}^2 = 7.815, \chi_{1,0.025}^2 = 5.024$$

$$\chi_{2,0.025}^2 = 7.378, \chi_{3,0.025}^2 = 9.348。$$

2. $t_{\alpha}(n)$ (且有自由度 n 之 t 分配右尾之機率為 α 的 t 值)：

$$t_{0.1}(49) = 1.299, t_{0.1}(50) = 1.299, t_{0.05}(49) = 1.677, t_{0.05}(50) = 1.676。$$