

112年公務、關務人員升官等考試、112年
交通事業鐵路、港務人員升資考試試題

等 級：薦任
類科(別)：物理
科 目：微積分
考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目得以本國文字或英文作答。

一、已知 $F(x) = \frac{1}{\sqrt[5]{(f(x))^4}}$ ，而 $f(x)$ 是可微分的函數， $f(2) = 32$ ， $f'(2) = 20$ 。

試求 $F'(2)$ 。(10 分)

二、試求 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 + 16} - 5}{(x - 3)}$ 。(15 分)

三、試求在曲線 $y^2 + 2xy = x^3 + x + 1$ 通過點 $(1, 1)$ 的切線方程式。(15 分)

四、已知函數 $f(x) = \sqrt{64 - x^3}$ ， $0 \leq x \leq 4$ ，試求此函數 $f(x)$ 的反函數及其相對應的定義域和值域。(15 分)

五、試求函數 $f(x) = (x - 6)(x + 2)^3$ 的所有相對極值及反曲點。(15 分)

六、試求積分 $\int \frac{x^5}{\sqrt{1 - 2x^3}} dx$ 。(15 分)

七、試求積分 $\int_0^1 \int_0^\infty \frac{x^{(\alpha+\beta-1)} e^{-x} y^{\alpha+1} (1-y)^{\beta-1}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} dx dy$ ，在此 $\alpha > 0, \beta > 0, 0 < x < \infty$ ，
 $0 < y < 1$ 。(15 分)