

106年公務人員特種考試司法人員、法務部
調查局調查人員、國家安全局國家安全情報
人員、海岸巡防人員及移民行政人員考試試題

代號：60960

全一張
(正面)

考試別：國家安全情報人員

等別：三等考試

類科組：數理組（選試英文）

科目：線性代數

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

(四)須詳列計算過程，否則不予計分。

一、已知矩陣：

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 8 & 16 \\ 4 & 1 & 8 \\ -4 & -4 & -11 \end{bmatrix} \text{ 和 } B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

(一)證明矩陣 A 是可對角化。(12 分)

(二)證明矩陣 B 是不可對角化。(8 分)

二、已知空間中非平行的兩條直線分別為：

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + s \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

(一)求這兩條線之間最短的距離。(10 分)

(二)求這兩條線上最短距離的點。(10 分)

三、已知一個線性變換 $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ 定義為 $T(x, y, z) = (x+y, 2z)$ 。假設 $\mathbb{R}^3$ 的基底是 $\{u_1, u_2, u_3\}$ 而且 $\mathbb{R}^2$ 的基底是 $\{v_1, v_2\}$ ，其中 $u_1 = (1, 1, 0)$ ， $u_2 = (0, 1, 4)$ ， $u_3 = (1, 2, 3)$ ， $v_1 = (1, 0)$ ， $v_2 = (0, 2)$ 。

(一)求 T 的矩陣。(10 分)

(二)使用 T 的矩陣求向量 $u = (2, 3, 5)$ 的像 (image)。(10 分)

四、已知矩陣：

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(一)求矩陣 B 的 QR 分解。(15 分)

(二)證明 $B = QR$ 。(5 分)

(請接背面)

106年公務人員特種考試司法人員、法務部
調查局調查人員、國家安全局國家安全情報
人員、海岸巡防人員及移民行政人員考試試題

代號：60960

全一張
(背面)

考試別：國家安全情報人員
等別：三等考試
類科組：數理組（選試英文）
科目：線性代數

五、已知矩陣：

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 2 \\ -1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -3 & 6 \\ 0 & 1 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

- (一)求一個排列矩陣 P 使得矩陣 PA 有一個 LU 分解 (LU factorization)。(5 分)
- (二)分別求出 L 和 U 。(10 分)
- (三)證明 $PA = LU$ 。(5 分)