

等 別：高等考試
類 科：工業工程技師
科 目：作業研究
考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、一公司有三個廠打算生產一種新產品。此產品分為大、中、小三種尺寸。每單位利潤各為\$420、\$360 和\$300。工廠 1、2、3 每天可用來生產新產品的產能分別為 750、900 和 450 件、尺寸不限，而且能夠以任何不同尺寸的組合生產。儲存空間是一項限制新產品產量的因素。工廠 1、2、3 每天可用在新產品的儲存空間分別是 13,000、12,000 與 5,000 平方呎。一件大、中、小尺寸的產品分別需要 20、15、12 平方呎的儲存空間。

銷售預測指出每天可銷售的大、中、小三種尺寸的件數分別為 900、1,200、750。除非大部分的剩餘產能可用來生產新的產品，否則工廠必須裁員。為了避免裁員，管理者決定此三工廠應依產能的比例以生產新產品。管理者希望知道工廠如何生產，以獲得最大的利潤。

請將上述生產規劃問題改寫為線性規劃模式，清楚定義決策變數、目標式與相關限制式，以決定最大利潤下各個工廠應如何生產大、中、小三種尺寸之新產品。（不須求解）（20 分）

二、考慮以下運輸規劃問題：

		單位運輸成本				供應量 (Supply)
		接收點 (Destination)				
		1	2	3	4	
供應點 (Source)	1	3	7	6	4	5
	2	2	4	3	2	2
	3	4	3	8	5	3
Demand		3	3	2	2	

(一)寫出此運輸規劃問題（目標是總運輸成本最低）的線性規劃模式。（5 分）

(二)說明此運輸問題不會有無解（no feasible solution）的情況，亦即，此問題一定會有可行解。（5 分）

(三)說明此運輸問題最佳解時的基底變數（basic variables）會有 6（=3+4-1）個。（5 分）

(四)以 Vogel 近似法找出起始可行解的第一個與第二個基底變數。（5 分）

三、考慮下列整數非線性規劃問題。

$$\text{極大化 } Z = 1.2x_1^2 + 6x_2 + 0.3x_3^3$$

$$\text{受限於 } x_1 + x_2 + x_3 \leq 5$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \text{ 且皆為整數}$$

使用動態規劃（dynamic programming）求解此問題。（20 分）

（請接背面）

等 別：高等考試
類 科：工業工程技師
科 目：作業研究

四、一家理髮店只有一位理髮師，顧客依平均一天 30 人的 Poisson 過程到達。但是，若理髮師正在服務顧客，則潛在顧客可能會被阻擋而到其他理髮店。尤其若已有 n 個顧客在理髮店裡，一位潛在的顧客會被阻擋而離開的機率為 $\min(n/3, 1)$ ， $n = 0, 1, 2, \dots$ （即當店內顧客人數小於 3 時，潛在顧客離開的機率是 $n/3$ ；而當店內顧客人數 ≥ 3 時，潛在顧客離開的機率是 1）。一天平均可服務顧客的人數為 30 人，服務時間呈指數分配（exponential distribution）。請作答以下的問題：

- (一)建構此等候系統的轉移速率圖（transition rate diagram）。（5 分）
(二)建構平衡方程式，並據以求出系統中有 n 人的機率 P_n ， $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ 。（10 分）
(三)計算留下來的顧客在此系統的期望總時間（包含被服務的時間和等候時間） W 與在此系統的期望顧客總人數（包含正被服務及等候服務的顧客） L 。（5 分）

五、網路最佳化：

- (一)一公司要在 5 個林區建立便道，使各林區能夠互通。各林區間的距離（哩數）如下表。

		兩林區間距離				
		1	2	3	4	5
林區	1	—	1.3	2.1	0.8	2.0
	2	1.3	—	1.0	0.6	1.8
	3	2.1	1.0	—	1.7	1.1
	4	0.8	0.6	1.7	—	1.5
	5	2.0	1.8	1.1	1.5	—

公司必須決定在那兩林區之間建立便道以連通各林區，並且使總距離為最短。求解此最小延展樹問題（minimal spanning tree problem）。（10 分）

- (二)某公司在兩個不同的工廠生產同樣的新產品，然後運送到兩個倉庫。工廠 1 可以用火車運送無限量的產品到倉庫 1，工廠 2 也可以用火車運送無限量的產品到倉庫 2。除此之外，可以僱用卡車從各工廠運送最多 50 件產品到配銷中心，而配銷中心最多可以運送 50 件到各倉庫。各種運輸方式的單位運輸成本、各工廠的產量，以及各倉庫的需求見下表。

從 至	單位運輸成本		產量	
	配銷中心	倉庫		
		1		2
工廠 1	3	7	—	80
工廠 2	4	—	9	70
配銷中心		2	4	
分配量		60	90	

建立此最小成本流量問題的網路圖。（10 分）