

108年公務、關務人員升官等考試、108年交通
事業郵政、公路、港務人員升資考試試題

等 級：薦任

類科(別)：天文

科 目：應用數學（包括微積分、微分方程、向量分析）

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、解下列三元一次方程式。（10 分）

$$2x_1 + 6x_2 + x_3 = 7$$

$$x_1 + 2x_2 - x_3 = -1$$

$$5x_1 + 7x_2 - 4x_3 = 9$$

二、計算矩陣 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ 之特徵值 (eigenvalues) 和特徵向量 (eigenvectors)。
(10 分)

三、解下列微分方程式。（10 分）

$$(e^{2y} - y \cos xy) dx + (2xe^{2y} - x \cos xy + 2y) dy = 0$$

四、解下列微分方程式。（10 分）

$$x \frac{dy}{dx} - 4y = x^6 e^x$$

五、假設向量函數 (vector function) 為 $F(x, y) = (3 + 2xy)\mathbf{i} + (x^2 - 3y^2)\mathbf{j}$ ，找出函數 f 滿足 $F = \nabla f$ 。（20 分）

六、在橢球 $\frac{x^2}{4} + y^2 + \frac{z^2}{9} = 3$ 上 $(-2, 1, -3)$ 處，求其切平面 (tangent plane) 方程式和法線 (normal line) 方程式。（20 分）

七、假設 $\mathcal{L}$ 為拉普拉斯變換 (Laplace transformation)，計算 $\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{(s^2 + k^2)^2} \right\}$ 。
(20 分)