

109年公務人員特種考試關務人員、身心障礙人員考試及
109年國軍上校以上軍官轉任公務人員考試試題

考試別：身心障礙人員考試

等別：三等考試

類科：資訊處理

科目：資料結構

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、假設 $A[1:n]$ 是一個矩陣，存有 n 個不同的整數，且已依序從小到大排列。給定一個整數 s ，設計一個線性時間 (linear time) 的演算法，找出在 $A[1:n]$ 中是否存在兩個相異之 $A[i]$ 和 $A[j]$ ，使得 $A[i] + A[j] = s$ 。若存在，則印出任一組符合條件之 i 和 j ；若不存在，則印出 0。(須詳述或證明所設計程式之正確性及其計算複雜度，否則不計分) (25 分)

二、令 $G = (V, E)$ 為一點數 (number of vertexes) $|V| > 2$ 的連通 (connected) 無向圖 (undirected graph)， $w: E \rightarrow \mathbb{Z}$ 為權重 (weight) 函數。令 $T = (V, E')$ ， $E' \subseteq E$ ，是 G 的一個最小權重擴張樹 (minimum spanning tree)。假設每個邊 (edge) 的權重都是正整數，且都不相同。判定下列敘述的正確性。若敘述是正確的，請說明理由；若敘述是錯的，請舉一個反例。(僅有答案，未說明理由或未舉出反例者，不予計分)

(一)若 e 是所有邊中權重最大者，則 $e \notin E'$ 。(也就是 e 不會在任一個 G 的最小權重擴張樹中) (10 分)

(二)假設 G 是 2-連通 (2-connected)。(也就是去掉任一條邊 G 仍是連通的)此時，若 e 是所有邊中權重最大者，則 $e \notin E'$ 。(15 分)

三、斐波那契數（Fibonacci number） F_n 的定義為： $F_0 = 0, F_1 = 1, F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, n > 1$ 。下面是一個計算斐波那契數 F_n 的演算法，以類似 C 語言的函數（C function）表示，其中資料型態 integer 表示整數。

```
integer Fib(n)
{
    if (n == 0) return 0;
    if (n == 1) return 1;
    return Fib(n - 1) + Fib(n - 2);
}
```

假設輸入的整數 $n \geq 0$ 。證明此程式的計算複雜度 $T(n) > F_n$ 。在分析計算複雜度時，可將“==”，“=”，“+”和“return”當作只需要一個單位時間的運算。（25 分）

四、假設有個矩陣 $A[1:n]$ 儲存 n 個整數。本題將設計 heap 排序演算法（heap sort）之重要部分，將矩陣 $A[1:n]$ 變成一個 max-heap。

(一)說明 $A[1:n]$ 是一個 max-heap 之定義。（5 分）

(二)設計一個副程式 $\text{sift}(A, r, n)$ 其輸入參數 A 是一個矩陣， n 是矩陣 A 的大小， $1 \leq r \leq n$ 是一個指標。副程式 $\text{sift}(A, r, n)$ 的功能是將 $A[r]$ 為樹根的子樹變成 heap。（在呼叫 $\text{sift}(A, r, n)$ 之前， $A[i]$ 的所有子樹必須已經是 heap）並分析其計算時間確實是 $O(h(r))$ ，其中 $h(r)$ 是以 $A[r]$ 為樹根的子樹的高度。（10 分）

(三)利用 $\text{sift}(A, r, n)$ 設計一個線性時間的演算法，將矩陣 $A[1:n]$ 變成 heap，並證明所設計的演算法的時間複雜度為線性。（10 分）